

Konsistente Liquiditätskostenverrechnung für Kreditlinien

Arvind Sarin*
Finance Center Münster

Hannes Klein†
Finance Center Münster

17. September 2012

Zusammenfassung

Die Ermittlung verursachungsgerechter interner Verrechnungspreise für Liquidität rückt vermehrt in den Fokus von Finanzwirtschaft und Regulierung. Ziel dieses Beitrages ist die Entwicklung eines adäquaten Liquiditätsverrechnungspreissystems für Kreditlinien. Daher erarbeiten wir zunächst die Anforderungen an ein verursachungsgerechtes Liquiditätsverrechnungspreissystem im Allgemeinen um darauf aufbauend die Behandlung von Kreditlinien in den Fokus zu rücken. Wir zeigen auf, wie sich das Problem der Ermittlung von Verrechnungspreisen für einzelne Kreditlinien auf das Problem der Bestimmung der Risikobeiträge dieser Kreditlinien im Portfoliokontext reduzieren lässt. Bei der Zuweisung von Risikobeiträgen unterscheiden wir Kreditlinien, die bereits im Portfolio enthalten sind sowie solche, die neu in das bestehende Portfolio eingegliedert werden. Grundlage ist dabei stets das gemessene Portfoliorisiko, das auf einzelne Kreditlinien umgerechnet werden muss. Als Portfoliorisikomaß verwenden wir den Value-at-Risk, den Expected Shortfall sowie ein Varianz-Kovarianz Maß. Im Mittelpunkt der Arbeit steht ein Vergleich der verwendeten Portfoliomaße hinsichtlich ihrer Eignung zur Implementierung eines Liquiditätsverrechnungspreissystems. Die Analyse erfolgt kriterien gestützt anhand eines Beispielportfolios von 900 Kreditlinien. Es zeigt sich, dass die Verwendung des Expected Shortfall auf Portfolioebene die beste Grundlage für den Aufbau eines Liquiditätsverrechnungspreissystems für Kreditlinien bildet.

Schlüsselwörter: Kreditlinie, Liquiditätslinie, Verrechnungspreis, Liquiditätsrisiko, Refinanzierungsrisiko, Refinanzierungskosten, Portfoliomodell

JEL Klassifikation: C53, G21, G32.

* Finance Center Münster, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Universitätsstraße 14-16, 48143 Münster, Deutschland, arvind.sarin@wiwi.uni-muenster.de.

† Finance Center Münster, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Universitätsstraße 14-16, 48143 Münster, Deutschland, hannes.klein@wiwi.uni-muenster.de.

1 Einleitung

Im Zuge der Überarbeitung regulatorischer Anforderungen an ein robustes Liquiditätsrisikomanagement sind neben den Methoden zur Identifikation, Messung und Kontrolle von Liquiditätsrisiken auch die Anforderungen an Verrechnungspreissysteme angepasst worden.¹ Nicht zuletzt durch die Novellierung der MaRisk vom 15. Dezember 2010 sind die Anforderungen an Liquiditätsverrechnungspreissysteme in Deutschland erheblich gestiegen.²

Um ein anreizkompatibles Liquiditätsverrechnungspreissystem in Finanzinstitutionen zu implementieren, ist es notwendig, eine integrierte Sicht zwischen den Methoden zur Identifikation, Messung und Kontrolle des Liquiditätsrisikos sowie der Ertragssteuerung herzustellen.³ Eine konsequente und stringente Umsetzung dieser Anforderungen kann zum aktuellen Zeitpunkt allerdings nicht bei allen (europäischen) Banken beobachtet werden.⁴ So wenden Banken oftmals Liquiditätsverrechnungspreise weder konsistent für alle Aktiv- und Passivpositionen an, noch werden z.B. die Kosten der Liquiditätsreservehaltung bei der Ausgestaltung von Verrechnungspreisen umfassend berücksichtigt.⁵ Auch eine integrierte Sicht zwischen Risikomessung und Ertragssteuerung existiert nicht flächendeckend.

Entsprechend der regulatorischen Vorgaben hat eine Bank zur *Messung* der Liquiditätsrisiken u.a. eine Liquiditätsübersicht zu erstellen.⁶ Die Berücksichtigung der Liquiditätsrisiken aus spezifischen Produkten (z.B. Sicht- und Spareinlagen, Kredite mit Kündigungsrechten oder Kreditlinien) erfolgt in der Regel mittels quantitativer Modelle.⁷

Die Literatur zu *Liquiditätsverrechnungspreisen*⁸ bezieht sich im Wesentlichen auf zwei Ausprägungen von Verrechnungspreissystemen - die sogenannten Pool-Konzepte sowie die

¹ Vgl. CEBS (2010) und BIS (2008).

² Vgl. BaFin (2010b), BTR 3.1 Tz. 5 in Verbindung mit BaFin (2010a). Ein Konsultationspapier vom 26. April 2012 räumt diesem Thema einen noch höheren Stellenwert ein (vgl. BaFin (2012)).

³ Diese integrierte Sicht wird auch vom Regulator explizit gefordert. Vgl. BaFin (2010a), S.3.

⁴ Vgl. CEBS (2010), Annex I.

⁵ Vgl. CEBS (2010), Annex I & II.

⁶ Vgl. BaFin (2010b), BTR 3.1 Tz.3 sowie BaFin (2010b), BTR 3.2.

⁷ Eine Literaturübersicht zur Portfoliobetrachtung bei Kreditlinien findet sich in Sarin und Klein (2012). Die Modellierung der Liquiditätsbindung von Produkten mit a priori unbekannter ökonomischer Laufzeit wird z.B. von Matz und Neu (2007) diskutiert.

⁸ Schmalenbach (1908) diskutiert schon zu Beginn des letzten Jahrhunderts die ökonomische Wirkungsweise von Verrechnungspreisen ohne sich dabei explizit auf das Liquiditätsrisiko zu beziehen. Er prägte dazu den Begriff der Lenkpreise.

Matched-Rate Methode.⁹ Innerhalb der Pool-Konzepte werden Transaktionen Liquiditätspools zugeordnet, in denen die Liquidität der Bank gesammelt und verteilt wird. Transaktionen tragen hierbei Liquiditätskosten, falls diese Liquidität benötigen, bzw. Liquiditätsleistungen, falls diese Liquidität generieren. Ein Liquiditätsverrechnungspreis errechnet sich in der Regel über einen *Verteilungsschlüssel*, so dass kein Ergebnisbeitrag in den Pools verbleibt. Eine integrierte Sicht zwischen Risikomessung und Ertragssteuerung ist mittels dieser Ansätze jedoch kaum möglich.¹⁰ Der Matched-Rate Ansatz dagegen verknüpft Risikomessung und Ertragssteuerung. Dabei sollen Transaktionen einen Liquiditätsverrechnungspreis erhalten, der den Absicherungskosten des Liquiditätsrisikos entspricht.¹¹ Heidorn und Schmaltz (2009) formulieren die Anforderungen an ein solches System explizit und detailliert. Es wird ausgeführt, dass sich die Liquiditätsverrechnungspreise aus den Absicherungskosten für erwartete und unsichere zukünftige Cash-Flows ableiten lassen. Die Anwendung auf einzelne Produkte wird anhand einer Beispielbilanz für eine Bank diskutiert. Die expliziten Probleme in Bezug auf einzelne Produktklassen werden allerdings nicht erläutert. Insbesondere für Kreditlinien ist nicht klar wie eine Absicherungsstrategie für Liquiditätsrisiken auszusehen hat.¹²

Diese Lücke in der Literatur soll durch diesen Beitrag geschlossen werden und ein explizites Vorgehen für die Berechnung von Liquiditätsverrechnungspreisen für Kreditlinien im Matched-Rate Ansatz vorgestellt werden. Es wird aufgezeigt, dass auf Basis eines Modells zur Messung des Liquiditätsrisikos von Kreditlinien explizit Liquiditätsverrechnungspreise abgeleitet werden können. Hierbei werden verschiedene Methoden für die Ermittlung von Verrechnungspreisen, auf Basis der Portfoliomaße Value-at-Risk, Expected Shortfall und eines Varianz-Kovarianz Ansatzes, vorgestellt und diskutiert. Das Ziel des Beitrages besteht neben der Einführung eines Modellrahmens zur Ableitung von Liquiditätsverrechnungspreisen für Kreditlinien in der Beurteilung dieser Methoden zur Eignung für den Praxiseinsatz. Diese Arbeit ist wie folgt gegliedert: In Abschnitt 2 spezifizieren wir die Anforderungen an eine Liquiditätskostenverrechnung für Kreditlinien. In Abschnitt 3 formulieren wir Modelle für die Bestimmung von Verrechnungspreisen und formulieren Kriterien zur Beurteilung dieser Modelle. Anhand der Kriterien werden die Modelle in Abschnitt 4 beurteilt, bevor die Ergebnisse dieser Arbeit in Abschnitt 5 zusammengefasst werden.

⁹ Vgl. Kawano (2000).

¹⁰ Vgl. Kugiel (2009) für eine ausführliche Erläuterung und Diskussion der Pool-Konzepte.

¹¹ Vgl. Heidorn und Schmaltz (2009). Die grundlegende Vorgehensweise wird zudem im nächsten Abschnitt vorgestellt.

¹² Loukoianova *et al.* (2006) illustrieren das Vorgehen für spezielle Kreditlinien zwar, weisen allerdings auch darauf hin, dass dieser Spezialfall nicht auf alle Kreditlinien zu übertragen ist und die Absicherung der Risiken in der Realität schwierig ist.

2 Liquiditätskostenverrechnung

Durch die Novellierung der MaRisk am 15. Dezember 2010 ist die Verknüpfung von Ertrags- und Risikoaspekten stärker in den Fokus der Regulierung gerückt worden. Die Verknüpfung dieser Elemente stellt z. B. für das Kreditrisiko über den ICAAP-Prozess und entsprechende risikoadjustierte Performancemaße gängige Praxis dar.¹³ Für das Liquiditätsrisiko ist dieses Vorgehen allerdings bisher nicht verbreitet. Eine Ausnahme bildet dabei das Risiko steigender Refinanzierungskosten.¹⁴ Dieses kann z. B. über das L-VaR Konzept (vgl. für eine Einführung Zeranski (2004)) berücksichtigt werden. Hierbei ist allerdings i.d.R. keine Berücksichtigung von Risikokosten entsprechend *einzelner* Produkte bzw. Produktklassen möglich.

Im Folgenden erläutern wir Idee und Wirkungsweise des *Matched-Rate Ansatzes* zur Verrechnung von Liquiditätskosten und -leistungen sowie die speziellen Herausforderungen die sich bei der Übertragung des Ansatzes auf Kreditlinien ergeben.¹⁵

Typischerweise verantwortet eine zentrale Funktion einer Bank das *Management*¹⁶ des Liquiditätsrisikos.¹⁷ Hierbei wird das Liquiditätsrisiko von Bilanzpositionen (Aktiva und Passiva) und außerbilanziellen Produkten (z. B. Kreditlinien) aus den Geschäftseinheiten an die zentrale Einheit¹⁸ transferiert und zentral gesteuert. Die Messung der Gesamtliquiditätsrisikoposition erfolgt anhand interner Modelle und umfasst unter anderem Liquiditätsübersichten unter Normal- und Stressbedingungen. Hierbei sollten zur Risikomessung auch (quantitative) Modelle (z. B. für Derivate oder Kreditlinien) eingesetzt werden, da

¹³ Vgl. Hartmann-Wendels *et al.* (2010), S.367-369 für eine Einführung in die in der Praxis gängigen Kennzahlen *RAROCTM* und *RORAC*.

¹⁴ Wir verstehen in dieser Arbeit als Liquiditätskosten einer Bank lediglich die Kosten nach Abzug des allgemeinen Marktzinses, wohingegen der Begriff der Refinanzierungskosten den Marktzins mit einschließt. Das Risiko sich ändernder Marktzinsen wird üblicherweise bei der Steuerung der Marktpreisrisiken berücksichtigt (vgl. SolvV (2012), § 298). Verrechnungspreise für Liquidität spiegeln somit in dieser Arbeit auch nicht die Kosten, Risiken und Chancen aus Marktzinsen sowie deren Veränderungen wider.

¹⁵ Für eine ausführliche Diskussion von Liquiditätsverrechnungspreissystemen verweisen wir z.B. auf Kawano (2000), Heidorn und Schmaltz (2009) und Kugiel (2009). Der Matched-Rate Ansatz ist aus ökonomischer Sicht anderen Ansätzen zur Verrechnung von Liquiditätskosten und -leistungen vorzuziehen. Daher beziehen wir uns im Folgenden lediglich auf diesen speziellen Liquiditätsverrechnungspreisansatz.

¹⁶ In diesem Beitrag beziehen wir uns auf das interne Liquiditätsrisikomanagement von Banken (im Sinne der Säule II von Basel 2).

¹⁷ Vgl. z. B. Deutsche Bank (2010), S.179 bzw. UBS (2010), S.147-149.

¹⁸ Im Folgenden gehen wir aus Vereinfachungsgründen davon aus, dass diese Einheit die Treasury-Einheit darstellt.

insbesondere bei großen Banken die Liquiditätsauswirkungen aus diesen Produkten komplex sind und verschiedenen Wechselwirkungen unterliegen.

Um eine Verknüpfung von Ertrags- und Risikoaspekten zu gewährleisten, sollte den Geschäftseinheiten¹⁹ eine (bankinterne) Risikoprämie entsprechend des Liquiditätsrisikogehaltes jedes eingegangenen Geschäfts in Rechnung gestellt werden. Die Ableitung der Liquiditätskosten sollte, entsprechend der regulatorischen Vorgaben, konsistent zur Risikomessung erfolgen. Wichtig ist bei der konkreten Ausgestaltung eines Verrechnungspreissystems, dass alle Geschäftsaktivitäten der Bank möglichst produktspezifisch bzw. auf Einzeltransaktionsebene berücksichtigt werden.²⁰ Diese Anforderung verhindert, dass (i) Produkte mit gleichem Risiko in der Bank unterschiedlich behandelt werden, (ii) Verrechnungspreisarbitrage innerhalb der Bank betrieben wird (Produkte innerhalb der Bank, die mit Verrechnungspreisen behaftet sind, könnten durch Geschäftseinheiten ggf. durch Produkte nachgebaut werden, die im Verrechnungspreissystem nicht berücksichtigt werden, um die entsprechenden Risikoprämien zu umgehen), sowie (iii) eine nicht *verursachungsgerechte* Zuordnung von Risiken und Kosten auf Einzeltransaktionen stattfindet und stattdessen Risiken und Kosten eindeutig Geschäftseinheiten zugeordnet werden können.

Die Transferpreise sollten grundsätzlich in der Profitabilitätsrechnung der Geschäftseinheiten berücksichtigt werden, um eine anreizkompatible Entlohnung sicherzustellen. Die Risikoprämie, die die Geschäftseinheiten für die Risikoübernahme durch die Treasury-Einheit zahlen, wirkt sich direkt auf die Rentabilität aus und setzt somit Anreize entsprechend des Risikos der Produkte.²¹

Die Preissetzung sollte zudem in der Regel aktuelle Marktpreise für Liquidität widerspiegeln.²² Grundsätzlich ist eine Treasury-Einheit in der Lage, bestimmte Liquiditätsrisiken zu hedgen (z. B. kann das Liquiditätsrisiko eines Kredits (ohne Kündigungsrechte) mit einer ökonomischen Laufzeit von 3 Monaten durch die Aufnahme einer entsprechenden Gegenposition am Geld- und Kapitalmarkt bzw. durch Kundengelder vollständig eliminiert werden). Entsprechend dieser Logik kann die Treasury-Einheit Liquiditätsrisiken mittels

¹⁹ Im Rahmen dieser Arbeit werden Geschäftseinheiten als Einheiten der Bank bezeichnet, die aktiv im Markt handeln und anderen Marktteilnehmern oder Kunden Produkte anbieten. Es wird davon ausgegangen, dass diese Einheiten als Profit-Center organisiert sind und im Rahmen ihrer Geschäftstätigkeit Risiken eingehen können.

²⁰ Vgl. BIS (2008), Principle 4 Tz. 19.

²¹ Vgl. BIS (2008), Principle 4 Tz. 20. Ist die Ableitung der Transferpreise für die Geschäftseinheiten transparent, erlaubt dies den Geschäftseinheiten auch ein tieferes Verständnis für das Liquiditätsrisiko der Produkte.

²² Vgl. CEBS (2010) Tz. 25.

geeigneter Risikomessmethoden identifizieren und entweder versuchen, diese zu hedgen²³ oder durch das gezielte Eingehen von Risiken Profite zu erwirtschaften. Durch die Übernahme von Risiken durch die Treasury können zusätzliche Kosten bzw. Erträge entstehen. Diese zusätzlichen Kosten bzw. Erträge sollten allerdings nicht direkt an die Geschäftseinheiten weitergegeben werden, da diese das von der Treasury eingegangene (zusätzliche) Risiko nicht direkt beeinflussen können. Somit sind nur die Hedgingkosten für die von den Geschäftseinheiten eingegangenen Risiken auch an diese weiterzugeben.

Die Berechnung von Liquiditätsverrechnungspreisen für die spezifische Produktkategorie **Kreditlinien** wird im Folgenden genauer ausgeführt. Zuerst sind Portfoliorisikomaße des Kreditlinienportfolios auf Einzelkreditlinien 'umzurechnen'. Die Notwendigkeit dieser Umrechnung wird in Abschnitt 2.1 erläutert. Auf Basis dieser Risikomaße auf Einzelkreditlinienebene können dann Verrechnungspreise abgeleitet werden. Dieses Vorgehen wird in Abschnitt 2.2 beschrieben. Abschnitt 2.3 fasst die Erkenntnisse anhand eines Beispiels zusammen.

Die Berechnung von Liquiditätsverrechnungspreisen für Kreditlinien reduziert sich aufgrund der Abschnitte 2.1-2.3 auf die 'Umrechnung' von Portfoliorisikomaßen auf Einzelkreditlinien. Eine Methodik zur Lösung dieses Problems wird in Abschnitt 3 erarbeitet.

2.1 Das Liquiditätsrisiko auf Einzelkreditlinienebene

Wie zuvor erläutert, sollten sich Verrechnungspreise für Kreditlinien konsistent aus dem zuvor ermittelten Liquiditätsrisiko ergeben. Zur Messung des Liquiditätsrisikos aus Kreditlinien werden in der Literatur verschiedene Modellausgestaltungen diskutiert.²⁴ Im Allgemeinen wird dabei versucht die zukünftige Verteilung der Cash Flows aus dem Kreditlinienportfolio zu antizipieren. Das Liquiditätsrisiko des Portfolios ergibt sich aus den unsicheren Zahlungen, deren Höhe und Zeitpunkt i.d.R. unbekannt sind. Typischerweise wird der prognostizierte Liquiditätsbedarf des Portfolios in *erwartete* und *unerwartete* Zahlungsströme unterteilt. Die erwarteten Zahlungsströme, im Folgenden 'expected draw-downs' genannt, werden üblicherweise als Erwartungswert der antizipierten Cash Flow Verteilung geschätzt und können von der Treasury-Einheit unmittelbar über den Geld- und Kapitalmarkt bzw.

²³ In unvollkommenen Märkten ist das Hedging bestimmter Risiken problematisch. Insbesondere vor dem Hintergrund der aktuell schwierigen Marktlage können bestimmte Risiken daher nur unzureichend bzw. gar nicht mehr gehedgt werden. Die Risikoprämien können dann nur näherungsweise von der Bank selbst festgelegt werden.

²⁴ Für einen Überblick vgl. Klein und Sarin (2012).

durch Kundengelder refinanziert werden. Die unerwarteten Zahlungsströme, im Folgenden 'contingent draw-downs' genannt, ergeben sich in der Regel als zuvor spezifiziertes Quantil der antizipierten Cash Flow Verteilung. Diese können durch die Treasury-Einheit nur durch das Vorhalten einer Liquiditätsreserve²⁵ aufgefangen werden.²⁶ Wir fordern für die Ableitung eines Verrechnungspreissystems für Kreditlinien die Existenz eines (quantitativen) Modells zur Risikomessung, welches die Berechnung von expected und contingent draw-downs aus einer antizipierten Verteilung der Liquiditätsflüsse des Kreditlinienportfolios zulässt. Für diese Arbeit greifen wir auf ein bereits entwickeltes Portfoliomodell zurück.²⁷ Der expected und der contingent draw-down des Portfolios bilden im Folgenden die Basis für die Bestimmung der Verrechnungspreise für einzelne Kreditlinien entsprechend der Refinanzierungskosten am Geld- und Kapitalmarkt bzw. durch Kundengeldern sowie der Kosten der Liquiditätsreserve.

Sollen Verrechnungspreise für *einzelne* Kreditlinien bestimmt werden, so muss zunächst das Liquiditätsrisiko im *Portfoliokontext* ermittelt werden, da sich der Beitrag einer Einzellinie zum Portfoliorisiko i.d.R. nicht bei individueller Betrachtung der Linie bestimmen lässt.²⁸ Da das Liquiditätsrisiko von Kreditlinien auf Portfolioebene in die Bestandteile expected und contingent draw-down unterteilt wird, sollen diese beiden Risikobestandteile auch auf die Einzeltransaktionen übertragen werden. Dabei wollen wir das Risiko einer Einzellinie gerade so definieren, dass die Summe dieser Einzelrisiken wieder das Portfoliorisiko ergibt. Hierbei sind zwei Fälle zu unterscheiden: Befindet sich eine Kreditlinie im bereits vorhandenen Portfolio der Bank, gilt es, das zuvor gemessene Portfoliorisiko anteilig auf die Einzellinie "herunterzuberechnen". In Abschnitt 3.1 zeigen wir, dass die Aufteilung des Portfoliorisikos auf bereits vorhandene Einzellinie (je nach verwendetem Risikomaß) relativ einfach erfolgen kann. Für den Fall, in dem eine neue Kreditlinie (Neugeschäft) das Portfolio ergänzt, sollten in einem ersten Schritt erneut der expected und contingent draw-down

²⁵ Vgl. BaFin (2010b), BTR 3.2 bezüglich regulatorischer Anforderungen.

²⁶ Vgl. Heidorn und Schmaltz (2009), Abschnitte 2 & 3 sowie Sarin und Klein (2012), Abschnitt 1. Die Ableitung der Zahlungsströme bedeutet konkret für die tatsächliche Bepreisung von Kreditlinien, dass die Kosten für expected und contingent draw-downs aus den Kosten der Refinanzierung bzw. den Kosten der Liquiditätsreserve hergeleitet werden müssen. Da die Ableitung der entsprechenden Kostenkomponenten nicht den Kern dieser Arbeit darstellen soll, verweisen wir für eine ausführliche Diskussion dieser auf Heidorn und Schmaltz (2009), Kapitel 3 und setzen die Kosten der Refinanzierung am Geld- und Kapitalmarkt bzw. durch Kundengeldern sowie die Kosten der Liquiditätsreserve als bekannt voraus.

²⁷ Vgl. Sarin und Klein (2012). Die im vorliegenden Beitrag diskutierte Methode zur Ableitung von Verrechnungspreisen lässt sich allerdings auf jede andere Risikomessmethode, die die obigen Anforderungen erfüllt, anwenden und ist nicht auf das verwendete Portfoliomodell beschränkt.

²⁸ Eine analoge Schlussfolgerung gilt natürlich auch für andere Risikoarten. Daher haben sich z. B. für die Messung des Kreditrisikos Kreditportfoliomodelle durchgesetzt (vgl. Bluhm *et al.* (2003)).

des Portfolios *inklusive* des Neugeschäfts errechnet und anschließend (wie im ersten Fall) die Parameter *expected* und *contingent draw-down* auf alle Kreditlinien im Portfolio übertragen werden. Da dies allerdings wesentliche technische Probleme nach sich zieht, werden wir in Abschnitt 3.2 eine geeignete Approximation für die Bestimmung der Parameter des Neugeschäfts sowie des um das Neugeschäft erweiterten Portfolios vorstellen.

Bei der Ableitung des *expected* und des *contingent draw-down* auf Basis der einzelnen Kreditlinien ist zu beachten, dass gleichen Kreditlinien auch identische Verrechnungspreise berechnet werden. Zwei Kreditlinien werden dabei in der Folge als 'gleich' bezeichnet, falls deren Ausprägungen der das Liquiditätsrisiko beeinflussenden Risikotreiber übereinstimmen.²⁹ Da die Verrechnungspreise aus einem Modell zur Messung des Liquiditätsrisikos abgeleitet werden, sind nicht die in der Realität beobachtbaren Risikotreiber für die Liquiditätspreisberechnung von Bedeutung, sondern lediglich die Risikotreiber des Modells zur Messung des Liquiditätsrisikos.³⁰ Das Risiko einer Fehlspezifizierung der (realen) Risikotreiber in diesem Modell stellt hingegen ein generelles Modellrisiko dar.³¹ Dieses Risiko bezieht sich jedoch allein auf die Messmethode und ist losgelöst vom Problem der Ermittlung von Verrechnungspreisen zu betrachten.

Ein wesentlicher Einflussstreiber des Liquiditätsrisikos zu Geschäftsabschluss einer (einzelnen) Transaktion ist offensichtlich deren Laufzeit. Für Kreditlinien ergibt sich allerdings das Problem, dass neben Kreditlinien mit einer festen Laufzeit üblicherweise auch 'b.a.w.'-Geschäft kontrahiert wird.³² Dies bedeutet, dass a priori die (ökonomische) Laufzeit einer Kreditlinie bei Geschäftsabschluss geschätzt werden muss.³³

Die Vertragslaufzeit einer Kreditlinie hat bei der Bestimmung von Verrechnungspreisen noch eine andere Bedeutung. Nur falls der Verrechnungspreis für Liquidität einer Kreditlinie zu Geschäftsbeginn über die gesamte Geschäftslaufzeit fixiert wird, kann sich der

²⁹ Agarwal *et al.* (2006) identifiziert z. B. das Kundenrating als wesentlichen Treiber für die kundengelebene Ziehung einer Kreditlinie. Norden und Weber (2010) untersucht den Zusammenhang zwischen der Kreditqualität eines Kunden und der Nutzung des zugehörigen Kontokorrentkontos.

³⁰ Anderenfalls würden wir keine Konsistenz zwischen der Risikomessung und Steuerung sicherstellen.

³¹ Aufgrund der Wahl und Ausgestaltung des Modells zur *Risikomessung*.

³² 'B.a.w.'-Geschäft bezeichnet Transaktionen, die seitens der Bank jederzeit kündbar sind und somit nur bis auf weiteres (b.a.w.) zugesagt sind.

³³ Auf Portfolioebene eignen sich hierzu Modelle, die auch für die Laufzeitmodellierung von Sicht- und Spareinlagen verwendet werden (vgl. Matz und Neu (2007), Kapitel 10). Aufgrund der umfangreichen Literatur für die Schätzung der Laufzeit von verschiedenen Bankprodukten abstrahieren wir im Folgenden von diesem Problem.

Geschäftsbereich eine konstante Marge für die komplette Vertragslaufzeit 'einloggen'.³⁴ Es ist auch hier zu beachten, dass der Verrechnungspreis für Liquidität³⁵ gerade als Aufschlag auf den Marktzins definiert ist. Können die Liquiditätsrisiken einer Kreditlinie allerdings nicht vorausschauend über die gesamte Vertragslaufzeit abgeschätzt werden, kann auch der Verrechnungspreis ex ante nicht so über die gesamte Vertragslaufzeit fixiert werden, da dieser exakt die Kosten für alle zukünftigen Liquiditätsrisiken aus der Transaktion beinhaltet. Dieser Fall tritt auf, falls die (ökonomische) Vertragslaufzeit einer Kreditlinie länger als der Zeithorizont des zur Messung des Liquiditätsrisikos verwendeten Portfoliomodells ist.³⁶ Dieser Effekt wirkt sich jedoch unterschiedlich auf expected und contingent draw-downs der Kreditlinien aus:

- Aufgrund der Eigenschaften des Erwartungswertes gilt, dass der expected draw-down einer Kreditlinie nicht von anderen Kreditlinien im Portfolio einer Bank abhängt.³⁷ Vielmehr hängt der expected draw-down alleine von dem *individuellen* Risiko eines Kunden ab, da sich eine Veränderung von kundenspezifischen Risikofaktoren auch auf dessen erwartete Ziehung auswirken kann. Somit kann der expected draw-down unabhängig vom Portfoliokontext formuliert werden. Verändert sich das *individuelle* Risiko einer Kreditlinie nicht über den Zeitablauf, ist aufgrund obiger Erläuterungen auch der expected draw-down konstant und der Zeithorizont spielt bei der Berechnung keine Rolle. Verändert sich der expected draw-down über den Zeitablauf, dann nur, weil sich das individuelle Risiko des Kunden ändert. Ist eine Geschäftseinheit gegenüber dem Kunden in der Lage die Risikoprämie anzupassen, falls sich dessen *individuelles* Risiko verändert, lässt sich für diese Geschäftseinheit auch eine konstante Marge 'einloggen'.
- Der contingent draw-down einer Kreditlinie hängt sowohl von der Zusammensetzung des Portfolios als auch vom individuellen Risiko ab.³⁸ Ändert sich die Portfoliostruktur allerdings über den Zeithorizont nicht, schwankt der contingent draw-down einer Kreditlinie im Portfoliokontext nur, falls sich das individuelle Risiko des Kunden ändert. In einem homogenen und sehr großen Portfolio ist somit nicht davon auszu-

³⁴ Anderenfalls würde die Risikoprämie bzgl. des Liquiditätsrisikos über die Geschäftslaufzeit schwanken. Somit würde aber gerade nicht das gesamte Liquiditätsrisiko von der Geschäftseinheit zur Treasury-Einheit transferiert.

³⁵ Vgl. die Erläuterungen in Fußnote 14.

³⁶ Das im Verlauf der Arbeit verwendete Modell von Sarin und Klein (2012) zur Messung der Liquiditätsrisiken hat nur einen Zeithorizont von einem Monat, so dass Verrechnungspreise nur über einen Zeitraum von einem Monat fixiert werden können.

³⁷ Dieser Zusammenhang wird in Abschnitt 3.2 erläutert.

³⁸ Vgl. Abschnitte 3 und 4.

gehen, dass der contingent draw-down einer Kreditlinie über deren Laufzeit starken Veränderungen unterliegt, falls sich das individuelle Risiko des Kreditnehmers nicht ändert. Somit hängt die Veränderung des contingent draw-downs über den Zeitablauf wiederum nur von dem individuellen Risiko des Kunden ab. Daher lässt sich analog zum expected draw-down folgern: Ist eine Geschäftseinheit gegenüber dem Kunden in der Lage, die Risikoprämie anpassen, falls sich sein *individuelles* Risiko verändert, lässt sich für die Geschäftseinheit auch eine konstante Marge 'einloggen'. Dies gilt selbst dann, wenn sich der contingent draw-down über den Zeitablauf ändert und der Geschäftseinheit somit schwankende Risikoprämien in Rechnung gestellt werden.

Wir folgern, dass ein Geschäftsbereich die Möglichkeit hat, das Liquiditätsrisiko vollständig an die Treasury-Einheit zu transferieren, falls die Geschäftseinheit in der Lage ist, die Preise gegenüber den Kunden auf Basis der individuellen Risiken der Kunden zu formulieren,³⁹ selbst wenn die Laufzeit der Kreditlinie länger ist als der Zeithorizont des Modells zur Messung des Liquiditätsrisikos aus der Kreditlinie.

2.2 Preissetzungsmechanismen für Kreditlinien

Wie erläutert, sollte es den Geschäftseinheiten möglich sein, die (internen) Verrechnungspreise an den (externen) Kunden mit *konstantem* Auf- bzw. Abschlag⁴⁰ über die gesamte Geschäftslaufzeit weiterreichen zu können und sich so eine konstante Marge für die Transaktion 'einzu-loggen'. Beim Pricing von Kreditlinien hat sich ein bestimmter Preissetzungsmechanismus durchgesetzt. In der Regel wird zwischen einer 'Commitment Fee' (*CF*) für das reine Bereitstellen einer (nicht gezogenen) Kreditlinie und einer 'Drawing Fee' (*DF*) für tatsächliche Ziehungen unterschieden.⁴¹ Das bedeutet, dass ein Kunde in der Regel eine Drawing Fee auf das in Anspruch genommene Volumen (gezogenes Volumen) der Kreditlinie und eine Commitment Fee auf das verbleibende, nicht in Anspruch genommene Volumen (nicht gezogenes Volumen) der Kreditlinie zahlt.⁴² Zudem kann es zielführend sein, eine 'Überziehungs Fee' (*OF*) einzuführen, die der Kunde als Aufschlag auf

³⁹ Wie genau die Preiskomponenten ausgestaltet werden sollten, wird in Abschnitt 2.2 beschrieben. Welche Treiber das individuelle Risiko determinieren, wird in Abschnitt 4 beschrieben.

⁴⁰ Um eine feste Bindung zu bestimmten Kunden aufzubauen, kann es sinnvoll sein, eine Kreditlinie unter 'Marktpreis' anzubieten und die Verluste über (höhere) Gewinne aus anderen Produkten mit diesem Kunden zu decken.

⁴¹ Vgl. Loukoianova *et al.* (2006).

⁴² Wir definieren sowohl Commitment Fee als auch Drawing Fee als bp-Kostensatz, der jeweils auf das entsprechende nicht gezogene bzw. gezogene Volumen einer Kreditlinie anzuwenden ist.

die Drawing Fee zu zahlen hat, falls er mehr als 100% des zugesagten Volumens (V) seiner Kreditlinie in Anspruch nimmt. Die Überziehungs Fee kann zu zusätzlichen Einnahmen für die Bank führen und setzt für den Kunden den zusätzlichen Anreiz, sich nach Möglichkeit an den gewährten Kreditlinienrahmen zu halten. Besteht für den Kunden keine ernsthafte Gefahr, dass die Bank eine Kreditlinie bei dauerhaften Überziehungen kündigt, wäre ohne die Einführung einer Überziehungs Fee⁴³ der Kreditlinienrahmen ohne Bedeutung für den Kunden.

Die Kosten der expected und contingent draw-downs lassen sich in Abhängigkeit einiger freier Parameter direkt in eine Drawing Fee und eine Commitment Fee umrechnen, falls wir fordern, dass die Liquiditätskosten einer Kreditlinie im Erwartungswert über den Lebenszyklus der Kreditlinie gedeckt werden sollen. Bezeichnet c_i^{Term} den Kostensatz⁴⁴ für das Vorhalten einer Einheit expected draw-down (EDD_i) für Kreditlinie i sowie c^{LR} den Kostensatz für das Vorhalten einer Einheit contingent draw-down⁴⁵ (CDD_i) für Kreditlinie i so lassen sich die Gesamtkosten für die i -te Kreditlinie (GK_i) wie folgt ausdrücken:

$$GK_i = c_i^{Term} * EDD_i + c^{LR} * CDD_i \quad (1)$$

Andererseits lassen sich die Erträge aus Kreditlinie i (E_i) über einen diskreten Zeitschritt $[x_j, x_{j+1}) \subset [0, t) = [0 = x_0 < x_1 < \dots < x_n = t)$ des äquidistanten Zeitgitters auf $[0, t)$ wie folgt darstellen:

$$\begin{aligned} E_i^{[x_j, x_{j+1})} = & DF_i^{[x_j, x_{j+1})} * V_i * \tilde{r}_i^{[x_j, x_{j+1})} + CF_i^{[x_j, x_{j+1})} * V_i * \max\left(1 - \tilde{r}_i^{[x_j, x_{j+1})}, 0\right) \\ & + OF_i^{[x_j, x_{j+1})} * V_i * \max\left(\tilde{r}_i^{[x_j, x_{j+1})} - 1, 0\right) \end{aligned} \quad (2)$$

Dabei bezeichnet $\tilde{r}_i : \{x_0, x_1, \dots, x_{n-1}\} \rightarrow [0, \infty)$ die prozentuale Ziehung der Kreditlinie i während der Zeitschritte $[x_0, x_1), \dots, [x_{n-1}, x_n)$ mit $\tilde{r}_i(x_j) = \tilde{r}_i^{[x_j, x_{j+1})}$.

⁴³ Wir verwenden synonym den Begriff der Overdraft Fee.

⁴⁴ Wir nehmen hier an, dass dies der Kostensatz über den Gesamtlebenszyklus $[0, t)$ der Kreditlinie ist. Dieser hängt von Charakteristika der Kreditlinie ab. Es existiert empirische Evidenz, dass sich Refinanzierungskostensätze i.d.R. mindestens in Abhängigkeit der Laufzeit sowie der Währung unterscheiden (vgl. CEBS (2010) und Grant (2011))

⁴⁵ I. d. R. hängt der Kostensatz für das Vorhalten einer Liquiditätsreserve nicht von den Eigenschaften der Kreditlinie ab, da sich die Kosten aus der Refinanzierungsstrategie der gesamten Liquiditätsreserve ergeben und der Kostensatz im Wesentlichen die Cost of Carry dieses Portfolios widerspiegelt. Welcher Anteil der Kosten der Liquiditätsreserve auf eine Kreditlinie entfällt ist kreditlinienspezifisch und wird durch den CDD_i determiniert.

Fordern wir, dass die Bank über den Lebenszyklus der Kreditlinie $[0, t]$ im Erwartungswert gerade die Liquiditätskosten decken möchte, ergibt sich aus (1) und (2):

$$\begin{aligned}
c_i^{Term} * EDD_i + c^{LR} * CDD_i &= \sum_{j=0}^{n-1} \mathbb{E} \left(DF_i^{[x_j, x_{j+1}]} * V_i * \tilde{r}_i^{[x_j, x_{j+1}]} \right) \\
&+ \sum_{j=0}^{n-1} \mathbb{E} \left(CF_i^{[x_j, x_{j+1}]} * V_i * \max \left(1 - \tilde{r}_i^{[x_j, x_{j+1}]} , 0 \right) \right) \\
&+ \sum_{j=0}^{n-1} \mathbb{E} \left(OF_i^{[x_j, x_{j+1}]} * V_i * \max \left(\tilde{r}_i^{[x_j, x_{j+1}]} - 1, 0 \right) \right)
\end{aligned} \tag{3}$$

Aufgrund der Eigenschaften des Erwartungswertes und unter der Annahme, dass die Fees über den Lebenszyklus konstant sein sollen,⁴⁶ ergibt sich daraus:

$$\begin{aligned}
c_i^{Term} * EDD_i + c^{LR} * CDD_i &= DF_i * V_i * \mathbb{E}(\tilde{r}_i) \\
&+ CF_i * V_i * \mathbb{E}(\max(1 - \tilde{r}_i, 0)) \\
&+ OF_i * V_i * \mathbb{E}(\max(\tilde{r}_i - 1, 0))
\end{aligned} \tag{4}$$

Wegen der Definition $EDD_i = V_i * \mathbb{E}(\tilde{r}_i)$ erhalten wir weiter:

$$\begin{aligned}
c_i^{Term} * EDD_i + c^{LR} * CDD_i &= DF_i * EDD_i + CF_i * V_i * \mathbb{E}(\max(1 - \tilde{r}_i, 0)) \\
&+ OF_i * V_i * \mathbb{E}(\max(\tilde{r}_i - 1, 0))
\end{aligned} \tag{5}$$

Die Bank kann nun die Parameter DF_i , CF_i und OF_i frei wählen, wobei die Überziehungsfee wie zuvor erläutert festgesetzt wird, um Anreize zur Einhaltung des vergebenen Volumens V_i zu setzen. Wir gehen daher davon aus, dass OF_i a priori über einen anderen Entscheidungsprozess gewählt wird. Somit können zusätzlich noch die Parameter DF_i und CF_i von der Bank gewählt werden.

Bei der Parameterwahl kann die originäre Herkunft der zu deckenden Kosten berücksichtigt werden. Der expected draw-down einer Kreditlinie entspricht ökonomisch der erwarteten Ziehung der Kreditlinie über die gesamte (ökonomische) Vertragslaufzeit. Im Mittel sollte diese erwartete Ziehung gerade der tatsächlichen Ziehung entsprechen. Die Kosten der expected draw-downs sind somit im Erwartungswert gerade die Kosten, die für das Vorhalten von Liquidität für die antizipierten tatsächlichen Ziehungen der Kunden entstehen.

⁴⁶ Diese Annahme wird ausführlich in Abschnitt 2.1 diskutiert.

Daher sollte DF_i ein Vielfaches (α) des Kostensatzes c_i^{Term} beinhalten. Da die tatsächlichen Ziehungen gerade nur im Mittel der erwarteten Ziehung der Kreditlinie entsprechen, berücksichtigt eine Drawing Fee der Form $DF_i = \alpha * c_i^{Term}$ nur die mittleren Kosten. Um die Kosten von Schwankungen der Linienziehung (die über die Kosten der Liquiditätsreserve c^{LR} bestimmt werden) zumindest teilweise abzudecken, kann der Kostensatz für die Liquiditätsreserve anteilig in die Festlegung von DF_i eingehen:

$$DF_i = \alpha * c_i^{Term} + \beta * c^{LR} \quad (6)$$

Daraus ergibt sich für CF_i gerade:

$$CF_i = \frac{(c_i^{Term} (1 - \alpha) - \beta * c^{LR}) EDD_i + c^{LR} * CDD_i - OF_i * V_i * \mathbb{E}(\max(\tilde{r}_i - 1, 0))}{V_i * \mathbb{E}(\max(1 - \tilde{r}_i, 0))} \quad (7)$$

Im Rahmen des externen Produktspricings (d. h. bei der Bestimmung der Kundenkonditionen) ist die Verwendung einer Überziehungs Fee aufgrund der oben erläuterten Anreizwirkung sinnvoll. Innerhalb einer Bank ist die Verwendung einer solchen Fee allerdings nicht notwendig, da die Kreditlinienziehung vom Kunden und nicht von der Geschäftseinheit abhängt. Zu hohe Überziehungen auf Portfolioebene werden zudem auch über interne Limitsetzung beschränkt. Daher könnte intern auf die Berücksichtigung einer Overdraft Fee verzichtet werden. Insbesondere vor dem Hintergrund der Annahme, dass durch die Fees DF_i , CF_i und OF_i im Erwartungswert die Kosten der Liquiditätshaltung der Kreditlinie gedeckt werden soll, führt eine Überziehungs Fee dazu, dass die Fees DF_i und CF_i ceteris paribus sinken. Auch dies kann zu unkalkulierbaren Ziehungsmustern des Kunden führen. Daher kann es auch beim externen Pricing zielführend sein, die Überziehungs Fee als reine Bestrafungsgebühr zu formulieren und die Erträge zusätzlich zu vereinnahmen. Deshalb kann OF_i für die interne Liquiditätskostenverrechnung gleich null gesetzt werden:

$$CF_i = \frac{(c_i^{Term} (1 - \alpha) - \beta * c^{LR}) EDD_i + c^{LR} * CDD_i}{V_i * \mathbb{E}(\max(1 - \tilde{r}_i, 0))} \quad (8)$$

Die Parameter α und β sind von der Bank zu wählen und können z. B. in Abhängigkeit des Kreditlinientyps variieren. Für hohe Werte für α und β steigt die Drawing Fee und sinkt ceteris paribus die Commitment Fee. Gerade für Kreditlinien, die dem Kunden als Notfalllinien gewährt werden, kann diese Wahl sinnvoll sein, um so sicherzustellen, dass der Kunde diese Linien auch nur im Notfall zieht, da Ziehungen (aufgrund der hohen Drawing Fee) relativ teuer sind. Die Parameter c_i^{Term} , c^{LR} sowie V_i sind a priori bekannt. Somit reduziert sich das Problem der Bestimmung von Liquiditätsverrechnungspreisen für Kredit-

linien auf die Bestimmung von EDD_i , CDD_i , sowie das durchschnittliche "freie" Volumen $\mathbb{E}(\max(1 - \tilde{r}_i, 0))$. In Abschnitt 3 zeigen wir zudem, dass der Input für die Berechnung von $\mathbb{E}(\max(1 - \tilde{r}_i, 0))$ bei der Berechnung von EDD_i , CDD_i ohne zusätzlichen Aufwand mit ermittelt werden kann.

Ein Liquiditätsverrechnungspreissystem für Kreditlinien, das auf Drawing und Commitment Fees beruht, lässt sich somit auf natürliche Weise an expected und contingent draw-downs von Kreditlinien im Portfolio Kontext kalibrieren.

2.3 Zusammenfassung

Für die Berechnung der internen Verrechnungspreise in Form einer Drawing Fee und einer Commitment Fee wird zusammenfassend folgendes Vorgehensmodell verwendet:

Für den Fall, dass die Kreditlinie in die Berechnung des expected und contingent draw-downs des Portfolios eingegangen ist, werden die Portfoliorisikomaße auf Transaktionsebene umgerechnet. Diese 'Umrechnung' ist Gegenstand von Abschnitt 3.1. Zusätzlich kann hierbei auch der Term $\mathbb{E}(\max(1 - \tilde{r}_i, 0))$ für Kreditlinie i ausgewertet werden. Bei einer geeigneten Wahl von α und β in Gleichung (6) und (8), können so Drawing Fee und Commitment Fee abgeleitet werden. Abbildung 1 fasst dieses Vorgehen in einem Beispiel zusammen.⁴⁷

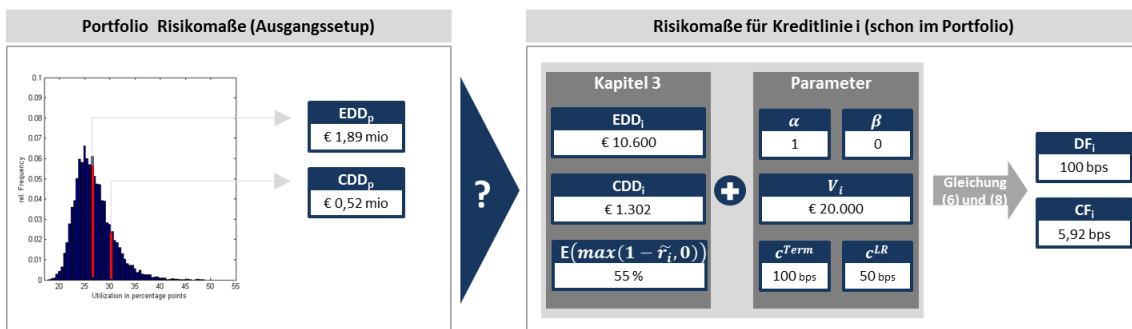


Abbildung 1: Beispiel für die Umrechnung der Portfoliorisikomaße in Verrechnungspreise für eine Kreditlinie im Portfolio

Für den Fall, dass eine (oder mehrere) Kreditlinien das Portfolio ergänzen und somit nicht in die Berechnung der expected und contingent draw-downs des Portfolios eingegangen

⁴⁷ Die Parameter wurden beispielhaft gewählt. Die Berechnungen der expected und contingent draw-downs wird erst in Abschnitt 3.1 erläutert.

sind, müssten in einem ersten Schritt die Risikomaße expected draw-down und contingent draw-down für die neue Kreditlinie bei Eingliederung in das vorliegende Portfolio ermittelt werden. Eine Simulation der neuen Linie im Portfoliokontext ist in der Realität jedoch kaum umzusetzen. In Abschnitt 3.2 beschreiben wir ausführlich, wie sich die zu ermittelnden Risikobeiträge geeignet approximieren lassen. Anschließend werden die Portfoliorisikomaße um den Risikobeitrag der neuen Kreditlinie ergänzt. Die nachfolgende Berechnung einer Drawing und einer Commitment Fee erfolgt analog zu obigem Beispiel. Abbildung 2 fasst die Zusammenhänge am Beispiel einer 'neuen' Kreditlinie zusammen:⁴⁸

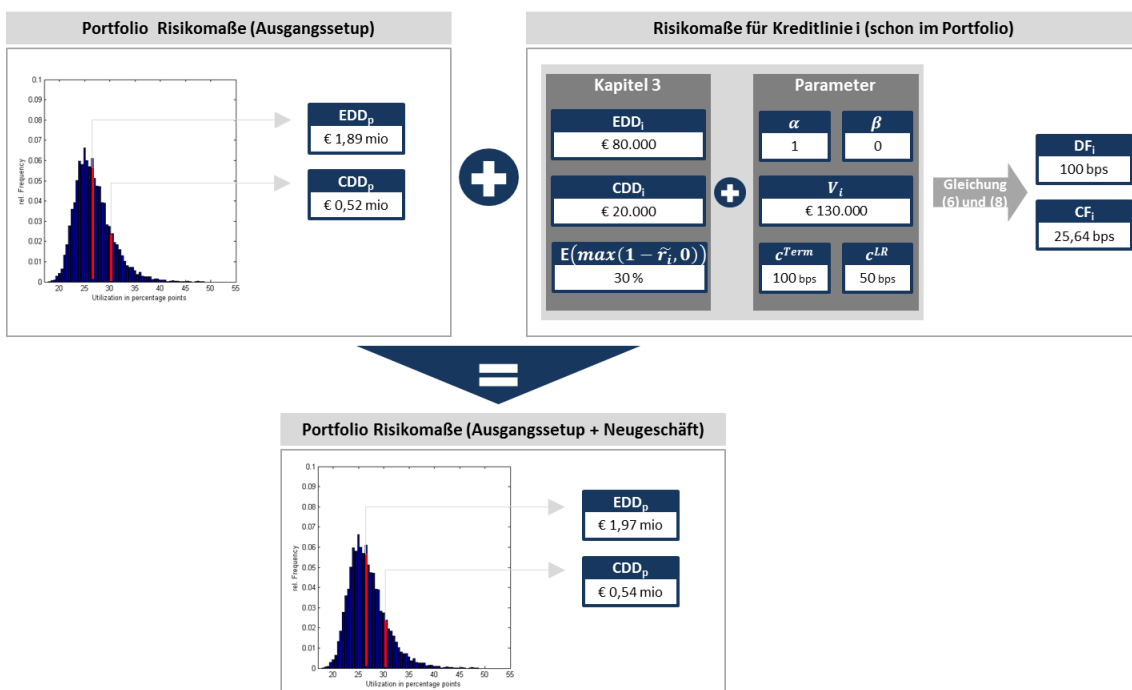


Abbildung 2: Beispiel für die Berechnung von Verrechnungspreisen für eine neue Kreditlinie unter Berücksichtigung der vorhandenen Portfoliostruktur

⁴⁸ Die Parameter wurden beispielhaft gewählt. Die Berechnungen der expected und contingent draw-downs wird erst in Abschnitt 3.2 erläutert.

3 Modellaufbau

Bezeichne $PF = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ ein aus n Kreditlinien bestehendes Portfolio. Wie in Abschnitt 2 erläutert, wird das Liquiditätsrisiko des Gesamtportfolios PF zur Ableitung von internen Verrechnungspreisen für einzelne Kreditlinien in zwei Komponenten unterteilt, den expected draw-down EDD_{PF} sowie den contingent draw-down CDD_{PF} . Die exakte Ausgestaltung eines Maßes zur Ermittlung des Liquiditätsrisikos auf Portfolioebene liegt im Ermessen der Bank. Wir demonstrieren, wie die Aufteilung des Portfoliorisikos bei Verwendung des *Value-at-Risk* Kalküls, des *Expected Shortfalls* und eines *Varianz-Kovarianz* Ansatzes erfolgen kann.

Ziel dieses Abschnittes ist die Ermittlung des expected draw-downs und des contingent draw-downs für eine einzelnen Kreditlinie ω unter expliziter Berücksichtigung der Portfolioeffekte zwischen PF und ω . In Abschnitt 3.1 diskutieren wir die Methodik zur Bestimmung eines internen Verrechnungspreises für eine Kreditlinie ω , *die bereits im bestehenden Portfolio PF vorhanden ist* ($\omega = \omega_i$ für ein $i \in \{1, \dots, n\}$). Darauf aufbauend erläutern wir in Abschnitt 3.2 wie beide Risikokomponenten für *neu vergebene Linien* bestimmt werden können ($\omega = \omega_{n+1}$).

Für den weiteren Verlauf der Arbeit gehen wir davon aus, dass die Werte EDD_{PF} und CDD_{PF} aus einer bereits vorliegenden Ziehungsverteilung \tilde{d}_{PF} abgeleitet werden. Voraussetzung dafür ist die Nutzung eines Prognosemodells zur Bestimmung von \tilde{d}_{PF} , die Ableitung von Liquiditätsverrechnungspreisen soll jedoch unabhängig vom verwendeten Modellrahmen erfolgen können. Zur besseren Darstellung der Vorgehensweise greifen wir auf das in Sarin und Klein (2012) entwickelte Portfoliomodell zurück, welches in den Grundzügen der folgenden Logik folgt:⁴⁹

- Die zukünftige Verteilung der Portfolioziehungen wird durch eine gemeinsame Monte-Carlo Simulation sämtlicher im Portfolio vorhandener Kreditlinien ermittelt.⁵⁰ Die

⁴⁹ Die Resultate dieser Arbeit hängen allerdings nicht vom verwendeten Modell für die Ermittlung der expected und contingent draw-downs auf Portfolioebene ab. Wir fordern lediglich die Existenz eines Modells zur Bestimmung der zukünftigen Verteilung der Portfolioziehungen auf Basis einer Monte-Carlo Simulation, welches eine Ableitung der Verteilungen der im Portfolio vorhandenen Einzellinien zulässt. Die in den Abschnitten 3.1 und 3.2 vorgestellte Methodik zur Ermittlung von Verrechnungspreisen ist einsetzbar für alle Modelle dieser Form.

⁵⁰ Die verwendete Verteilung basiert auf einer 50.000 Durchläufe umfassenden Portfoliosimulation. In jedem Durchlauf wird eine Ziehung für jede der n Kreditlinien generiert.

simulierte Verteilung der Linie ω_i bezeichnen wir mit \tilde{d}_i . Die approximierte Verteilung der Portfolioziehungen ergibt sich somit zu $\tilde{d}_{PF} = \sum_{i=1}^n \tilde{d}_i$.

- Die Ziehung jeder Kreditlinie im Portfoliokontext basiert auf der Realisierung von Liquiditätsrisikotreibern (hier: dem Rating sowie der Besicherung der Kreditlinie). Die Realisierung des Ratings wird analog zu dem Kreditportfoliomodell CreditMetrics⁵¹ über (für alle n Kreditlinien) abhängige Asset-Value Prozesse beschrieben, während die Simulation des Besicherungsstatus der Kreditlinie ω_i ohne Berücksichtigung von Portfolioeffekten erfolgt.
- In Abhängigkeit der realisierten Risikotreiber ziehen die n Kreditnehmer dann aus einer aus historischen Daten ermittelten Ziehungsverteilung. Die Abhängigkeitsstruktur der Ziehungsverteilungen der Kreditnehmer wird über eine Gauss-Copula⁵² beschrieben.

3.1 Risikobeiträge für Kreditlinien im Portfolio

Zunächst bestimmen wir die Risikobeiträge expected draw-down und contingent draw-down für eine bereits im Portfolio vorhandene Linie ω . Sei dazu $\omega = \omega_i$ für ein $i \in \{1, \dots, n\}$.

Der expected draw-down $EDD_{\omega_i} = \mathbb{E}(\tilde{d}_i)$ wird definiert als die durchschnittliche Ziehung der Linie ω_i über die gesamte Portfoliosimulation. Summierung der expected draw-downs über sämtliche Linien des Portfolios liefert auf Grund der Additivität des Erwartungswertes sofort den expected draw-down des Gesamtportfolios:

$$\sum_{j=1}^n EDD_{\omega_j} = \sum_{j=1}^n \mathbb{E}(\tilde{d}_j) = \mathbb{E}\left(\sum_{j=1}^n \tilde{d}_j\right) = \sum_{j=1}^n \mathbb{E}(\tilde{d}_j) = EDD_{PF} \quad (9)$$

Zudem kann die Auswertung der Terme $\mathbb{E}(\max(\tilde{r}_i - 1, 0))$ sowie $\mathbb{E}(\max(1 - \tilde{r}_i, 0))$ zu Kreditlinie ω_i für die Berechnung von DF_i und CF_i aus Gleichung (6) und (8) im Rahmen der Portfoliosimulation über die Realisationen von \tilde{d}_i , aufgrund der Identität $\tilde{r}_i = \frac{\tilde{d}_i}{V_{\omega_i}}$, erfolgen.

⁵¹ Vgl. Gupton *et al.* (1997).

⁵² Die Copula wird ebenfalls an historischen Daten kalibriert.

Die Ermittlung der contingent draw-downs gestaltet sich schwieriger. Der Beitrag einer Einzellinie zu CDD_{PF} lässt sich i.d.R. nicht aus dem *individuellen* Risikogehalt CDD_{ω_i} der Kreditlinie ω_i ablesen.⁵³ So ist es denkbar, dass Linien mit einem hohen individuellen Risikogehalt durch eine negative Abhängigkeit zum Gesamtportfolio PF einen sehr geringen oder sogar *negativen* contingent draw-down im Portfoliokontext aufweisen. Andererseits ist es beispielsweise bei der Ermittlung des Value-at-Risks einer Einzellinie möglich, dass dieser bei Portfoliobetrachtung noch vergrößert wird.⁵⁴

Ziel ist es daher zunächst, in Analogie zu (9) eine additive Zerlegung des contingent draw-downs auf Portfolioebene, CDD_{PF} , in Risikobeiträge auf Einzellinienebene zu erstellen:

$$CDD_{PF} = \sum_{j=1}^n CDD_{\omega_j(PF)}. \quad (10)$$

Die Notation $\omega_i(PF)$ kennzeichnet dabei, dass bei der Berechnung des contingent draw-downs $CDD_{\omega_i(PF)}$ die Ziehungen der Kreditlinie explizit unter Berücksichtigung der erzielten Portfoliowirkung eingehen (sollen).

Für ein vorgegebenes Konfidenzniveau α definieren wir den contingent draw-down des Portfolios bezüglich des *Value-at-Risks* mittels⁵⁵

$$CDD_{PF}^{VaR} := VaR_{\alpha}(PF) - EDD_{PF}. \quad (11)$$

Zur Ermittlung des Risikobeitrags $CDD_{\omega_i(PF)}^{VaR}$ betrachten wir die Szenarien der Portfoliosimulation, in denen die Portfolioziehung möglichst nahe an $VaR_{\alpha}(PF)$ liegt. Bezeichne dazu d_i^j die Ziehung der Linie ω_i im j -ten Simulationsdurchlauf und $Szen_{VaR} \subset \{1, \dots, 50.000\}$ die Menge der betrachteten Szenarien. Wir definieren $CDD_{\omega_i(PF)}^{VaR}$ als die durchschnittliche

⁵³ Der individuelle Risikogehalt CDD_{ω_i} sei im Folgenden definiert durch Anwendung des zur Ermittlung von CDD_{PF} verwendeten Risikomaßes (z. B. der Value-at-Risk zu einem Konfidenzniveau α) auf die Ziehungsverteilung \tilde{d}_i .

⁵⁴ Vgl. Kalkbrenner *et al.* (2004), S. 20 für Voraussetzungen zur Subadditivität des Value-at-Risks.

⁵⁵ Dabei ist $VaR_{\alpha}(PF) = \inf\{d | \mathbb{P}(\tilde{d}_{PF} > d) \leq 1 - \alpha\}$.

Ziehung der Linie ω_i in diesen Szenarien, korrigiert um die durchschnittliche Ziehung von ω_i über sämtliche Szenarien:⁵⁶

$$CDD_{\omega_i(PF)}^{VaR} := \frac{1}{n_{VaR}} \sum_{j \in Szen_{VaR}} d_i^j - EDD_i. \quad (12)$$

Für die Summe der Risikobeiträge ergibt sich somit wie gefordert

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n CDD_{\omega_i(PF)}^{VaR} &= \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{1}{n_{VaR}} \sum_{j \in Szen_{VaR}} d_i^j \right) - EDD_i \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j \in Szen_{VaR}} \frac{1}{n_{VaR}} d_i^j - EDD_{PF} \\ &= \frac{1}{n_{VaR}} \sum_{j \in Szen_{VaR}} \sum_{i=1}^n d_i^j - EDD_{PF} \\ &= \frac{1}{n_{VaR}} \sum_{j \in Szen_{VaR}} d_{PF}^j - EDD_{PF} \\ &\approx VaR_{\alpha}(PF) - EDD_{PF} = CDD_{PF}^{VaR}, \end{aligned} \quad (13)$$

sofern die Szenarien $Szen_{VaR}$ so gewählt werden, dass $\frac{1}{n_{VaR}} \sum_{j \in Szen_{VaR}} d_{PF}^j \approx VaR_{\alpha}(PF)$ gilt.

Der contingent draw-down des Portfolios für den *Expected Shortfall* zum Niveau β ist definiert durch⁵⁷

$$CDD_{PF}^{ES} := ES_{\beta}(PF) - EDD_{PF}. \quad (14)$$

In Analogie zu CDD_{PF}^{VaR} betrachten wir mit $Szen_{ES}$ die Szenarien, in denen der tatsächliche draw-down des Portfolios den Expected Shortfall übersteigt. Den Beitrag einer Einzellinie ω_i zu CDD_{PF}^{ES} definieren wir entsprechend (12) zu⁵⁸

$$CDD_{\omega_i(PF)}^{ES} := \frac{1}{n_{ES}} \sum_{j \in Szen_{ES}} d_i^j - EDD_i. \quad (15)$$

⁵⁶ n_{VaR} bezeichnet die Anzahl der betrachteten Szenarien $Szen_{VaR}$.

⁵⁷ Dabei ist $ES_{\beta}(PF)$ definiert durch $ES_{\beta}(PF) = \mathbb{E}\{\tilde{d}_{PF} \mid \tilde{d}_{PF} \geq VaR_{\beta}(PF)\}$.

⁵⁸ n_{ES} bezeichnet die Anzahl der betrachteten Szenarien $Szen_{ES}$.

Wie zuvor ergibt sich für den contingent draw-down des Gesamtportfolios die geforderte Additivität:⁵⁹

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n CDD_{\omega_i(PF)}^{ES} &= \frac{1}{n_{ES}} \sum_{j \in Szen_{ES}} d_{PF}^j - EDD_{PF} \\ &= ES_{\beta}(PF) - EDD_{PF} = CDD_{PF}^{ES}. \end{aligned} \quad (16)$$

Zur Ermittlung des contingent draw-downs des Portfolios mittels des *Varianz-Kovarianz-Ansatzes*, definieren wir zunächst

$$CDD_{PF}^{cov} := \gamma \cdot \sigma(PF), \quad (17)$$

wobei σ die empirische Standardabweichung des Portfolios PF bezeichnet. Der Parameter γ kann, ähnlich wie zuvor α und β , in Abhängigkeit der individuellen Risikotoleranz der jeweiligen Bank festgesetzt werden. Den Beitrag einer Einzelline ω_i zu CDD_{PF}^{cov} definieren wir zu:

$$CDD_{\omega_i(PF)}^{cov} := \gamma \cdot \frac{Cov(\tilde{d}_i, \tilde{d}_{PF})}{\sigma(PF)}. \quad (18)$$

Wie zuvor ergibt sich für den contingent draw-down des Gesamtportfolios die geforderte Additivität aufgrund der Rechenregeln für die Kovarianz:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n CDD_{\omega_i(PF)}^{cov} &= \sum_{i=1}^n \gamma \cdot \frac{Cov(\tilde{d}_i, \tilde{d}_{PF})}{\sigma(PF)} = \gamma \cdot \frac{\sum_{i=1}^n Cov(\tilde{d}_i, \tilde{d}_{PF})}{\sigma(PF)} \\ &= \gamma \cdot \frac{Cov(\sum_{i=1}^n \tilde{d}_i, \tilde{d}_{PF})}{\sigma(PF)} = \gamma \cdot \frac{Cov(\tilde{d}_{PF}, \tilde{d}_{PF})}{\sigma(PF)} \\ &= \gamma \cdot \frac{\sigma^2(PF)}{\sigma(PF)} = \gamma \cdot \sigma(PF) \end{aligned} \quad (19)$$

⁵⁹ Die letzte Gleichung gilt dabei wegen der Definition des Expected Shortfalls.

3.2 Risikobeiträge neu hinzukommender Kreditlinien

Die Ermittlung des expected draw-downs für eine neu zum Portfolio PF hinzukommende Kreditlinie ω ist erneut unproblematisch. Bezeichne dazu \tilde{d}_ω die (isolierte Verteilung) der Kreditlinie ω .⁶⁰ Wie zuvor definieren wir

$$EDD_\omega = \mathbb{E}(\tilde{d}_\omega). \quad (20)$$

Die Auswertung der Terme $\mathbb{E}(\max(\tilde{r}_\omega - 1, 0))$ und $\mathbb{E}(\max(1 - \tilde{r}_\omega, 0))$ für die Berechnung von DF_ω und CF_ω aus Gleichung (6) und (8) kann im Rahmen der Simulation der Einzelnie ω erfolgen.

Die für ω relevanten Anrechnungsbeträge $C\hat{D}D_{\omega(PF)}^{(\cdot)}$ unter Berücksichtigung der dabei auftretenden Portfolioeffekte ergeben sich theoretisch als Differenz aus den contingent draw-down des um ω erweiterten Portfolios sowie dem contingent draw-down des Ausgangsportfolios (ohne ω):⁶¹

$$C\hat{D}D_{\omega(PF)}^{(\cdot),opt} = CDD_{PF \cup \{\omega\}}^{(\cdot)} - CDD_{PF}^{(\cdot)}. \quad (21)$$

Die Notation mittels $C\hat{D}D_{\omega(PF)}^{(\cdot),opt}$ kennzeichnet dabei, dass die Kreditlinie ω bisher nicht im Portfolio PF der Bank enthalten ist und diesem als Neugeschäft hinzugefügt wird. In der Realität scheitert die Berechnung von $C\hat{D}D_{\omega(PF)}^{(\cdot),opt}$ jedoch entweder an zur Ermittlung von $CDD_{PF \cup \{\omega\}}^{(\cdot)}$ benötigten Rechenaufwand, oder an der konkreten Modellausgestaltung.⁶² Wie in Abschnitt 2 erläutert, gehen wir davon aus, dass zu Beginn jeder Periode die Simulationsergebnisse für die Ziehung des Kreditlinienportfolios der Bank vorliegen, aus der sich der Portfoliobeitrag $CDD_{PF}^{(\cdot)}$ ableiten lässt. Unser Ziel besteht nun darin, auf Grundlage der vorliegenden Verteilung \tilde{d}_{PF} und der aus der Einzelsimulation ermittelten "isolierten" Verteilung \tilde{d}_ω eine möglichst exakte Approximation für $C\hat{D}D_{\omega(PF)}^{(\cdot),opt}$ abzuleiten.

⁶⁰ Da ω als Neugeschäft in das bestehende Portfolio $PF = \{\omega_1, \dots, \omega_{900}\}$ eingefügt wird, ist die Verteilung \tilde{d}_ω nicht der vorliegenden Portfolioverteilung $\tilde{d}_{PF} = \sum_{j=1}^{900} \tilde{d}_j$ zu entnehmen. Wir bezeichnen daher mit \tilde{d}_ω das Ergebnis einer Einzelsimulation der Kreditlinie ω durch das Portfoliomodell der Bank.

⁶¹ Für (\cdot) kann je nach Definition des Risikomaßes VaR , ES oder cov gewählt werden.

⁶² Wie zu Beginn von Abschnitt 3 erläutert wurde, basiert die Approximation der Portfolioverteilung auf einer Monte-Carlo Simulation. Die Schätzung von Risikobeiträgen sehr kleiner Kreditlinien ω auf Basis von zwei unabhängigen Monte-Carlo Simulationen zur Berechnung von $CDD_{PF \cup \{\omega\}}^{(\cdot)}$ und $CDD_{PF}^{(\cdot)}$ führt dabei unweigerlich zu 'White Noise', das den eigentlich zu ermittelnden Marginaleffekt für ω überlagert. Dieses Problem lässt sich zwar durch eine deutliche Erhöhung der Simulationszahl umgehen, unter Berücksichtigung des dabei entstehenden Zeitaufwands verwerfen wir aber diese Methode als nicht umsetzbar.

Wir umgehen die oben genannten Probleme bei der Berechnung von $C\hat{D}D_{\omega(PF)}^{(\cdot),opt}$, indem wir zunächst die Angliederung einer Linie $\omega_i \in PF = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ zum Portfolio $PF \setminus \omega_i$ betrachten. Die Berechnung der contingent draw-downs für ω_i mittels (21) ergibt sich dann zu

$$C\hat{D}D_{\omega_i(PF \setminus \omega_i)}^{(\cdot),opt} = CDD_{PF}^{(\cdot)} - CDD_{PF \setminus \omega_i}^{(\cdot)} \quad (22)$$

Während $CDD_{PF}^{(\cdot)}$ auf Grundlage von \tilde{d}_{PF} bestimmt werden kann, liegt nun die Ziehungsverteilung $\tilde{d}_{PF \setminus \omega_i}$ zur Ableitung von $CDD_{PF \setminus \omega_i}^{(\cdot)}$ nicht vor. Wir ermitteln daher die Approximation $CDD_{PF - \omega_i}^{(\cdot)}$ für $CDD_{PF \setminus \omega_i}^{(\cdot)}$, indem wir zur Berechnung die Verteilung $\tilde{d}_{PF - \omega_i}$ verwenden, die wir durch

$$\tilde{d}_{PF - \omega_i} = \tilde{d}_{PF} - \tilde{d}_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \tilde{d}_j \quad (23)$$

definieren. Die resultierende Approximation bezeichnen wir mit $C\hat{D}D_{\omega_i(PF \setminus \omega_i)}^{(\cdot),benchmark}$:

$$C\hat{D}D_{\omega_i(PF \setminus \omega_i)}^{(\cdot),benchmark} = CDD_{PF}^{(\cdot)} - CDD_{(PF - \omega_i)}^{(\cdot)}. \quad (24)$$

Das vorgestellte Vorgehen ist für den Praxiseinsatz natürlich gänzlich ungeeignet, da dort für eine Linie $\omega = \omega_{901}$ die Existenz der simulierten Verteilung des Portfolios $PF \cup \omega_{901}$ gerade *nicht* vorausgesetzt werden kann. Um aus einem bestehenden Portfolio Risikobeiträge für eine komplett neue Kreditlinie zu ermitteln, analysieren wir die in das *Portfoliomodell* der jeweiligen Bank eingehenden Risikofaktoren.⁶³ Diesem Ansatz unterliegt die Grundidee, wonach Kreditlinien mit einem ähnlichen ‘Risikoprofil’ auch ein vergleichbares Ziehungsverhalten aufweisen und demnach im Portfoliokontext ähnliche Risikobeiträge erhalten sollten.

Da wir auch im Folgenden sämtliche Analysen auf Grundlage eines Ausgangsportfolios $PF = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ durchführen, untersuchen wir stets den Fall, dass eine Kreditlinie $\omega = \omega_i \in PF$ zum Portfolio $PF \setminus \omega$ (oder ein Teilportfolio davon) hinzugefügt wird.⁶⁴ Die Wahl eines geeigneten Clusters $C(\omega) \subset \{\omega_1, \dots, \omega_n\} \setminus \{\omega\}$ wird anhand eines Beispieldatensatzes

⁶³ Wir gehen dabei davon aus, dass die neu in das Portfolio PF einzugliedernde Kreditlinie ω nicht durch extreme Risikofaktoren bzw. allein durch die Größe des zugesagten Volumens V_ω zu einer maßgeblichen Veränderung der Risikostruktur des Gesamtportfolios beiträgt.

⁶⁴ Dieses Vorgehen ermöglicht uns gerade, die für ω ermittelten Risikobeiträge durch einen Vergleich mit der Approximation (24) zu evaluieren.

in Abschnitt 3.3 besprochen und hängt von der Wahl des Portfoliomodells und der darin verwendeten Risikotreiber ab. Sobald $C(\omega)$ bestimmt wurde, weisen wir ω den Mittelwert der innerhalb des Clusters vorliegenden, volumenadjustierten Risikobeiträge zu:

$$C\hat{D}D_{\omega(PF\setminus\omega)}^{(\cdot)} = \frac{1}{|C(\omega)|} \left(\sum_{\omega_j \in C(\omega)} \frac{CDD_{\omega_j(PF-\omega)}^{(\cdot)}}{V_{\omega_j}} \right) \times V_{\omega} \quad (25)$$

Das Verhältnis $\frac{CDD_{\omega_k(PF\setminus\omega)}^{(\cdot)}}{V_{\omega_k}}$ (für eine Kreditlinie $\omega_k \in C(\omega)$) bezeichnen wir als *relativen Risikobeitrag* der Kreditlinie ω_k im Portfolio $PF\setminus\omega$.⁶⁵

3.3 Spezifizierung des Modells

Um die Güte der Zuweisung von Risikobeiträgen für “alte“ (via (12), (15) bzw. (18)) und “neue“ Kreditlinien (25) zu beurteilen, bilden wir ein aus 900 Kreditlinien bestehendes Portfolio. Für die Zusammenstellung wurden zunächst 1.000 Kreditlinien zufällig aus einem realen Datensatz mit über 200.000 Kreditlinien gewählt.⁶⁶ In diesem Datensatz verhindert die Größe des Portfolios die Dominanz einzelner Linien. Um auszuschließen, dass unter den zufällig gewählten Kreditlinien nicht einzelne Linien durch deren zugesagtes Volumen maßgeblich den contingent draw-down des verkleinerten Portfolios treiben, wird das obere Dezil der nach ihrem zugesagten Volumen geordneten Kreditlinien entfernt. Das resultierende Portfolio PF enthält so noch 900 Kreditlinien, bei einem zugesagten Volumen von insgesamt ca. €7,3 Mio. Das höchste zugesagte Einzelvolumen beträgt €50.000. Die Kreditlinien weisen Heterogenität bezüglich verschiedener Charakteristika auf, die für das (individuelle) Liquiditätsrisiko einer Kreditlinie von Bedeutung sind. So werden beispielsweise die Eigenschaften *Kundenrating*, *Besicherung* der Kreditlinie und die *Industrie* dokumentiert.⁶⁷

Um im Folgenden die Vergleichbarkeit der contingent draw-downs auf Einzelkreditlinienebene sicherzustellen, ist es notwendig, dass auf Portfolioebene das Risiko vergleichbar

⁶⁵ Zur Berechnung von $CDD_{\omega_k(PF\setminus\omega)}^{(\cdot)}$, vgl. (12), (15) bzw. (18). Die Berechnung erfolgt dabei jeweils auf Basis des (durch *VaR*, *ES* oder *cov*) gemessenen Risikos des Portfolios $PF\setminus\omega$. Wie im folgenden Abschnitt 3.3 beschrieben, wird die Spezifizierung der Portfoliorisikomaße auf Basis des kompletten Portfolios PF durchgeführt und für die Teilportfolien $PF\setminus\omega$ (für $\omega \in PF$) nicht erneut angepasst.

⁶⁶ Sarin und Klein (2012) verwenden einen Datensatz, der auch uns zugänglich gemacht wurde, so dass auf eine exakte Beschreibung der Daten an dieser Stelle verzichtet wird.

⁶⁷ Die Unterscheidung hinsichtlich der Charakteristika wird für die Bestimmung des Einzelrisikobeitrages einer Kreditlinie von Bedeutung sein, da Kreditlinien mit ähnlichen Risikocharakteristika auch ähnliche Einzelrisikobeiträge erhalten soll(t)en.

ist. Wir berechnen den Value-at-Risk der Ziehungsverteilung des Portfolios PF für das Konfidenzniveau $\alpha = 95\%$. Anschließend kalibrieren wir die Portfolio-Risikomaße CDD_{PF}^{ES} und CDD_{PF}^{cov} anhand der Parameter β und γ derart, dass das Portfoliorisiko für alle drei Ansätze (näherungsweise) übereinstimmt.⁶⁸

$$CDD_{PF}^{ES} \approx CDD_{PF}^{VaR} \approx CDD_{PF}^{cov}. \quad (26)$$

Abschließend soll ein Algorithmus spezifiziert werden, der zu einer “neuen“ Kreditlinie $\omega \in PF$ ein Cluster $C(\omega) \subset PF \setminus \{\omega\}$ erzeugt, auf dessen Grundlage die Risikobeiträge $C\hat{D}D_{\omega(PF \setminus \omega)}^{(\cdot)}$ mittels (25) errechnet werden können. Eine Auswertung der relativen Risikobeiträge $\frac{CDD_{\omega_i(PF)}^{ES}}{V_{\omega_i}}$ für alle 900 Kreditlinien im Portfolio zeigt eine deutliche Schwankungsbreite zwischen ca. $-0,26\%$ und ca. 15% auf. Die Häufigkeiten der relativen Risikobeiträge bezüglich des Expected Shortfall sind in Abbildung 3 weiß hinterlegt. Wir reduzieren im Folgenden die Schwankung der für das Clustering relevanten relativen Risikobeiträge, indem wir die Kreditlinien des Portfolios auf Basis geeigneter Kreditlinieneigenschaften gruppieren. Die relativen Risikobeiträge für unterschiedliche Gruppierungen nach den Risikocharakteristika “Rating“, “Besicherungsstatus“ und “vergebenes Volumen“ sind in Abbildung 3 farbig gekennzeichnet.

Neben den genannten drei Eigenschaften wird auch die Industriezugehörigkeit einer Kreditlinie für die Zuweisung eines Clusters verwendet. Für das Clustering werden die Risikocharakteristika in der folgenden Form berücksichtigt bzw. verdichtet:

- Rating und Industrie: Die Information über die Ratingklasse und die Industriezugehörigkeit der einzelnen Kunden wird nicht zusätzlich verdichtet. Es werden 10 Ratingklassen⁶⁹ und über 30 Industrien⁷⁰ unterschieden. Die Zuweisungen der Linie $\omega \in PF$ werden mit $Rat(\omega)$ (für die Ratingklasse) bzw. $Ind(\omega)$ (für die Industrie) bezeichnet.

⁶⁸ Die maximale Abweichung zwischen den drei Portfoliokennzahlen beträgt weniger als $0,00275\%$ des Portfoliovolumens. Wir kalibrieren die Parameter β und γ einmalig an dem oben beschriebenen Portfolio. Wir werden zwar im Folgenden auch Sensitivitätsrechnungen auf Portfolien mit einer abweichenden Zusammensetzung vornehmen, aber für diese Rechnungen β und γ nicht erneut anpassen. Dieser Ansatz kommt der Realität am nächsten, da eine Bank i.d.R. ebenfalls ein bestimmtes Niveau für β oder γ einmalig festlegt und dieses über einen gewissen Zeitraum *nicht* erneut anpasst.

⁶⁹ Die Ratingklassen reflektieren die Bonitätseinschätzung der Bank über den Kunden.

⁷⁰ Dabei ist jede Kreditlinie genau einer Industrie zugewiesen.

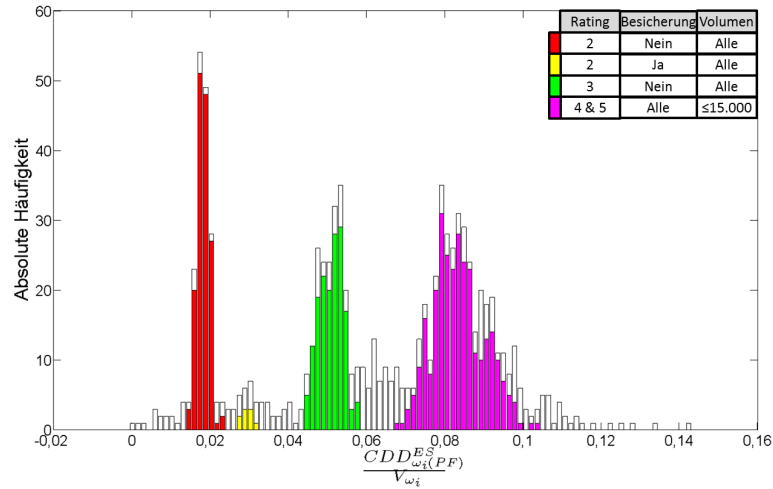


Abbildung 3: Relative Risikobeiträge $\frac{CDD_{\omega_i}^{ES}(PF)}{V_{\omega_i}}$ für alle 900 Kreditlinien im Portfolio

- **Besicherungsstatus:** Es wird lediglich unterschieden, *ob* eine Besicherung der Kreditlinien vorliegt. Die Höhe der Besicherung wird jedoch nicht berücksichtigt, d. h. die Zuweisung zu einem Besicherungsstatus ist durch $Sec(\omega) \in \{0, 1\}$ gegeben. Eine Kreditlinie ω wird als “besichert“ ($Sec(\omega) = 1$) ausgewiesen, sobald eine Besicherung in beliebiger Höhe vorliegt.
- **Zugesagtes Kreditlinienvolumen:** Wir unterteilen die Volumina der Kreditlinien im jeweils in der Bank “vorhandenen“ Portfolio anhand der Quantile $0 = q_0, q_{10\%}, q_{20\%}, \dots, q_{100\%} = 1$ in zehn Intervalle. Das V_ω enthaltende Intervall wird mit $Ext(\omega) \in \{[q_{(k-1) \cdot 10\%}, q_{k \cdot 10\%}] | k \in \{1, \dots, 10\}\}$ bezeichnet.⁷¹

Die Spezifizierung eines Clusters $C(\omega)$ soll eine möglichst exakte Zuweisung eines contingent draw-downs für die Kreditlinie ω ermöglichen. Wie in Abbildung 3 exemplarisch aufgezeigt wurde, *kann* eine Gruppierung von Kreditlinien auf Basis einer Auswahl geeigneter Risikocharakteristika die Streuung der innerhalb dieses Clusters auftretenden, relativen Risikobeiträge begrenzen. Neben der Wahl der zu berücksichtigenden Risikocharakteristika der Kreditlinie ω soll außerdem festgelegt werden, welche Mindestgröße ein Cluster aufweisen soll. Bezeichne dazu $n \in \mathbb{N}$ eine solche Mindestgröße. Gesucht ist dann nach einer Teilmenge des Portfolios $PF \setminus \omega$, die möglichst hohe Übereinstimmung mit den Ri-

⁷¹ Während die Zuweisung durch $Rat(\cdot)$, $Ind(\cdot)$ und $Sec(\cdot)$ nur auf Informationen zur jeweils betrachteten Kreditlinie beruht, wird zur Ermittlung von $Ext(\omega)$ die Kenntnis über das Portfolio, in dem der Cluster $C(\omega)$ gebildet werden soll, benötigt. Da sich das zu verwendende Portfolio aus dem Kontext ergibt, verzichten wir an dieser Stelle auf eine zusätzliche Indizierung.

sikocharakteristika der Kreditlinie ω aufweist und mindestens n Kreditlinien enthält. Die Spezifizierung des Clusters $C(\omega)$ erfolgt nach dem folgenden Schema:

- Grundlage für die Bildung des Clusters ist das Portfolio $PF \setminus \omega$ mit 899 verbleibenden Kreditlinien.
- Durch Kombination verschiedener Risikocharakteristika lassen sich unterschiedlich zusammengesetzte Cluster bilden. Bezeichne dazu $C_A(\omega) \subset PF \setminus \omega$ den Cluster, der durch das Eigenschaftsbündel $A \subset \{Rat, Ind, Sec, Ext\}$ charakterisiert ist.⁷² Die Menge der zur Bildung von $C(\omega)$ in Frage kommenden Cluster wird dann unter Berücksichtigung der Mindestgröße n durch

$$M_n := \{C_A(\omega) | A \subset \{Rat, Ind, Sec, Ext\}, |C_A(\omega)| \geq n\}$$

beschrieben.

- Der Cluster $C(\omega)$ soll eine möglichst genaue Zuweisung eines contingent draw-downs für die Kreditlinie ω ermöglichen. Wir werten daher für jedes $C_A(\omega) \in M_n$ die Schwankung der darin auftretenden, relativen Risikobeiträge auf Basis des expected shortfall aus. Für die durchschnittliche absolute Abweichung der relativen Risikobeiträge innerhalb des Clusters $C_A(\omega) \in M_n$ erhalten wir

$$|\mu_A^n|(\omega) = \frac{1}{|C_A|} \sum_{\omega_j \in C_A} \left| \frac{CDD_{\omega_j(PF-\omega)}^{ES}}{V_{\omega_j}} - \left(\frac{1}{|C_A|} \sum_{\omega_j \in C_A} \frac{CDD_{\omega_j(PF-\omega)}^{ES}}{V_{\omega_j}} \right) \right| \quad (27)$$

- Die Menge $C_A \in M_n$, die bezüglich (27) die geringste Schwankung aufweist, bildet den Cluster $C(\omega)$.

Um eine geeignete Mindestgröße für die Clusterbildung zu bestimmen, berechnen wir für jede Kreditlinie im Portfolio PF die contingent draw-downs mittels (25) und variieren hierbei die minimale Clustergröße. Um zu bewerten, welche minimale Clustergröße auf

⁷² So erhalten wir z. B. mit $A = \{Rat, Sec, Ext\}$ den Cluster $C_A(\omega) = \{\omega_i \in PF \setminus \omega | Rat(\omega_i) = Rat(\omega), Sec(\omega_i) = Sec(\omega), V_i \in Ext(\omega)\}$. Bei Berücksichtigung keiner der vier Risikocharakteristika definieren wir $C_\emptyset(\omega) = PF$.

Portfolioebene zu wählen ist, verwenden wir den Mittelwert der relativen betragsmäßigen Abweichungen zur Benchmark-Lösung:

$$|\mu_n^{(\cdot)}| = \frac{1}{900} \sum_{j=1}^{900} \left| \frac{C\hat{D}D_{\omega_j(PF \setminus \omega)}^{(\cdot),n}}{V_{\omega_j}} - \frac{C\hat{D}D_{\omega_j(PF \setminus \omega)}^{(\cdot).benchmark,n}}{V_j} \right|. \quad (28)$$

Die Auswertung von $|\mu_n^{(\cdot)}|$ für $n = 10, 15, 20, \dots, 40$ für die Risikomaße Value-at-Risk, Expected Shortfall und Varianz-Kovarianz Ansatz ergibt folgende Ergebnisse:

Clustergröße $n =$	10	15	20	25	30	35	40
<i>VaR</i>	0,967%	0,967%	0,962%	0,970%	0,965%	0,966%	0,967%
<i>ES</i>	0,505%	0,494%	0,483%	0,506%	0,496%	0,496%	0,497%
<i>cov</i>	0,459%	0,443%	0,434%	0,474%	0,466%	0,466%	0,466%

Tabelle 1: Auswertung für $|\mu_n^{(\cdot)}|$

Die geringsten Abweichungen zur Benchmark-Lösung ergeben sich für alle verwendeten Risikomaße für eine Clustergröße von ca. $n = 20$. Für die Auswertung in Abschnitt 4 verwenden wir daher (auch für leicht abweichende Portfoliozusammenstellungen) diese Mindestgröße.

3.4 Kriterienkatalog zur Beurteilung

Die in den Abschnitten 3.1 - 3.3 vorgestellte Methodik zur Zuweisung von Risikobeiträgen für einzelne Kreditlinien (und damit auch die Ermittlung von Transferpreisen) basiert auf dem für die Messung des Portfoliorisikos verwendeten Portfoliomaß. Während das Gesamtrisiko eines Portfolios anteilig der Einzelrisiken im Portfoliokontext direkt auf die bereits vorhandenen Kreditlinien aufgeteilt wird, werden den neu in das Portfolio einzugliedern- de Kreditlinien gerade auf Basis der bereits vergebenen Risikobeiträge eigene contingent draw-downs zugewiesen.

Wir untersuchen daher, inwiefern die drei vorgestellten Portfoliomaße geeignet sind, um anhand der von uns in Abschnitt 3.1 und 3.2 vorgeschlagenen Modelle zur Ermittlung der contingent draw-downs einzelner Kreditlinien ein Liquiditätsverrechnungssystem zu implementieren. Die Qualität der Maße beurteilen wir anhand der folgenden vier Kriterien:

- Ziel des Liquiditätsverrechnungspreissystems ist es, die Kosten für die Absicherung der Liquiditätsrisiken verursachungsgerecht auf die zugehörigen Transaktionen zu allokieren. Ausgangspunkt der Betrachtung ist hierzu die Frage, inwiefern die Risiken entsprechend der Risikotoleranz der Bank auch abgesichert und damit im Liquiditätsverrechnungspreissystem berücksichtigt werden. Somit ist ein maßgebliches Kriterium bzgl. der Wahl eines *Portfoliorisikomaßes*, ob ein vorgegebenes Maß an Risiko tatsächlich abgesichert werden kann. Anders formuliert bedeutet dies in unserem konkreten Fall, dass wir beurteilen, welches **ökonomische Risiko** die Portfoliorisikomaße Value-at-Risk, Expected Shortfall und Varianz-Kovarianz Ansatz bezüglich der Kreditlinien absichern und inwiefern sich dieser Risikobegriff mit der Risikotoleranz einer Bank in Einklang bringen lässt.
- Die Berechnung von $CDD_{\omega_i(PF)}^{(\cdot)}$ (für $i \in \{1, \dots, 900\}$) hängt auf Ebene der Einzellinien stark von den Ergebnissen der Monte-Carlo Simulation ab.⁷³ Je nach Definition der drei verwendeten Risikomaße gehen dabei unterschiedlich viele Simulationsdurchläufe in die Berechnung ein. Je weniger Ergebnisse der Monte-Carlo Simulation verwendet werden, desto höher ist der Einfluss einiger (weniger) Simulationsdurchläufe. Das bedeutet, dass gerade bei relativ wenigen Monte-Carlo Simulationsläufen die Schätzung von $CDD_{\omega_i(PF)}^{(\cdot)}$ deutlich instabiler ausfallen kann.⁷⁴ Für große Kreditlinienportfolien hat dieser Aspekt eine noch höhere Bedeutung, da hier die Durchführung vieler Simulationsdurchläufe sehr aufwändig ist. Neben einer qualitativen Erläuterung der eingehenden Datenpunkte werden wir die Vergleichbarkeit der Einzelrisikobeiträge untersuchen. Da wir auf Portfolioebene unabhängig von der Wahl des Risikomaßes den gleichen Risikobeitrag verwenden, stellt sich die Frage wie unterschiedlich die Aufteilung dieses Gesamtportfoliorisikos auf die einzelnen Kreditlinien erfolgt. Dazu vergleichen wir die ermittelten relativen Risikobeiträge für sämtliche Kreditlinien. Die Vergleichbarkeit der **Aufteilung des Portfoliorisikos** auf die einzelnen Kre-

⁷³ An dieser Stelle sei nochmals daran erinnert, dass die Berechnung sämtlicher CDDs auf den Ergebnissen der (in 50.000 Durchläufen) simulierten Portfolioverteilung $\tilde{d}_{PF} = \sum_{i=1}^{900} \tilde{d}_i$ basiert.

⁷⁴ Da die Berechnung der contingent draw-downs für "neue" Kreditlinien gerade auf diesen Werten basiert, leidet damit auch die Stabilität der Werte $C\hat{D}D_{\omega_i(PF)}^{(\cdot)}$.

ditlinien wird für zwei Risikomaße durch die Standardabweichung der Differenzen der relativen Risikobeiträge quantifiziert:

$$\sigma_{\nu,\eta} = \sqrt{\frac{1}{899} \sum_{i=1}^{900} \left(\left(\frac{CDD_{\omega_i(PF)}^{\nu}}{V_{\omega_i}} - \frac{CDD_{\omega_i(PF)}^{\eta}}{V_{\omega_i}} \right) - \mu_{\nu,\eta} \right)^2},$$

mit $\mu_{\nu,\eta} = \frac{1}{900} \sum_{i=1}^{900} \frac{CDD_{\omega_i(PF)}^{\nu}}{V_{\omega_i}} - \frac{CDD_{\omega_i(PF)}^{\eta}}{V_{\omega_i}}$ (29)

und $\nu, \eta \in \{\text{VaR}, \text{ES}, \text{cov}\}$, $\nu \neq \eta$

- Zum Vergleich der **Qualität der Zuweisung** von contingent draw-downs für “neue“ Kreditlinien durch $C\hat{D}D_{\omega_i(PF)}^{(\cdot)}$ untersuchen wir die Abweichungen zur Benchmark-Lösung $CDD_{\omega_i(PF)}^{(\cdot),\text{benchmark}}$.

Um zu bemessen, ob die Treasury-Einheit im Mittel genügend Einnahmen zur Kostendeckung aus den Verrechnungspreisen erhält, berechnen wir für *jede* Kreditlinie $\omega_j \in \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ die Differenzen

$$\Delta_j^{(\cdot)} = C\hat{D}D_{\omega_j(PF \setminus \omega_j)}^{(\cdot)} - C\hat{D}D_{\omega_j(PF \setminus \omega_j)}^{(\cdot),\text{benchmark}}. \quad (30)$$

Wir untersuchen im Folgenden die durch (30) ermittelten Schätzfehler, um Rückschlüsse auf die Güte der Approximationen ziehen zu können. Dazu berechnen wir den *Mittelwert*, die *absolute Abweichung* sowie die *Standardabweichung* der relativen Schätzfehler (d. h., jeweils unter Berücksichtigung der Linienvolumen):

$$\mu^{(\cdot)} = \frac{1}{900} \sum_{j=1}^{900} \frac{\Delta_j^{(\cdot)}}{V_{\omega_j}}, \quad (31)$$

$$|\mu|^{(\cdot)} = \frac{1}{900} \sum_{j=1}^{900} \left| \frac{\Delta_j^{(\cdot)}}{V_{\omega_j}} \right|, \quad (32)$$

$$\sigma^{(\cdot)} = \sqrt{\frac{1}{899} \sum_{j=1}^{900} \left(\frac{\Delta_j^{(\cdot)}}{V_{\omega_j}} - \mu^{(\cdot)} \right)^2} \quad (33)$$

Dabei lässt sich nur aus der Kombination der Ergebnisse (31)-(33) eine Aussage zur Qualität der Schätzung durch $C\hat{D}D_{\omega_i(PF \setminus \omega_j)}^{(\cdot)}$ ableiten. Aus Gesamtbanksicht ist das Risikomaß zu favorisieren, das bzgl. aller drei Gleichungen möglichst wenig von der Benchmark-Lösung abweicht. In (31) sind allerdings negative gegenüber positiven Abweichungen sehr nachteilig zu bewerten, da in diesem Fall die Refinanzierungskosten im Erwartungswert nicht vollständig an die Geschäftseinheiten verteilt werden und

somit diese Kosten entweder in einem zweiten Schritt nachverrechnet werden müssten oder sogar global Verluste anfielen. Die Gleichungen (32) und (33) geben Auskunft über die durchschnittliche Schwankung der Schätzungen. Je höher diese Terme sind, desto mehr Erträge bzw. Kosten werden nicht korrekt an die Geschäftseinheiten weiterverrechnet. Dieses Ergebnis muss ggf. in einem zweiten Schritt nachverrechnet werden und stellt somit ein Risiko für die beteiligten Einheiten dar.

- Um die **Stabilität der Berechnungsmethoden** bei einer abweichenden Portfoliostruktur zu untersuchen, analysieren wir, wie sich das Hinzufügen einer größeren Anzahl von Kreditlinien zu einem Portfolio auf die Bestimmung der zugehörigen Verrechnungspreise auswirkt. Dazu gehen wir in den folgenden Schritten vor:
 - Wir wählen *zufällig* 800 Kreditlinien aus dem ursprünglichen Portfolio $PF = \{\omega_1, \dots, \omega_{900}\}$ aus. Das resultierende Portfolio bezeichnen wir mit $PF(800)$.
 - Für jede Kreditlinie $\omega \in PF \setminus PF(800)$ bestimmen wir die Benchmark-Maße $C\hat{D}D_{\omega(PF(800))}^{(\cdot), benchmark}$ sowie die Approximation der Benchmark-Lösung auf Basis des Clusterings, $C\hat{D}D_{\omega(PF(800))}^{(\cdot)}$.
 - Wir fügen sukzessive (i) *eine*, (ii) 10 und (iii) *alle* 100 Kreditlinien aus den verbliebenen 100 Linien zum Portfolio $PF(800)$ hinzu⁷⁵ und berechnen für diese die Differenzen $\Delta_{\omega}^{(\cdot)}$ entsprechend (30). Werden 10 oder 100 Kreditlinien zum Portfolio hinzugefügt, verdichten wir die vorliegenden 10 bzw. 100 Differenzen durch Summierung zu einer Gesamtdifferenz.

Die vorangegangenen Schritte werden in einer Monte-Carlo Umgebung 5.000-mal iteriert. Die Qualität der Zuweisung von contingent draw-downs für eine, 10 oder 100 "neue" Kreditlinien wird wie zuvor anhand der Auswertung (31)-(33) bewertet.

⁷⁵ Bei der Auswahl der Kreditlinien beachten wir außerdem, dass bei 10 gewählten Linien die zuvor betrachtete Einzellinie hierin enthalten ist. Analog dazu beinhalten die 100 zum Portfolio zugefügten Kreditlinien (automatisch) diese 10 Linien.

4 Analyse und Resultate

In diesem Abschnitt wollen wir die Qualität der von uns in den Abschnitten 3.1 und 3.2 vorgeschlagenen Methoden und Modelle analysieren und bewerten, für welches der drei verwendeten Risikomaße ein Liquiditätsverrechnungssystem am sinnvollsten aufzusetzen ist. Die Beurteilung nehmen wir anhand der Kriterien aus Abschnitt 3.4 vor.

Zunächst vergleichen wir die drei verwendeten Risikomaße hinsichtlich der Fähigkeit ein vorgegebenes **ökonomisches Risiko** im Portfoliokontext abzusichern. Sowohl der Value-at-Risk, als auch der Expected Shortfall berücksichtigen das Liquiditätsrisiko bis zu einem vorgegebenen Quantil der (unbekannten) Verteilung vollständig. Während beim *Value-at-Risk* die Portfolioziehungen bis zu einem Konfidenzniveau von α abgesichert werden, beschreibt der *Expected Shortfall* die erwartete Ziehung auf Portfolioebene oberhalb eines vorgegebenen Konfidenzniveaus von β . In diesem Fall wird gerade die durchschnittliche Portfolioziehung bei Überschreitung dieses Konfidenzniveaus durch Treasury abgesichert. Wird das Liquiditätsrisiko des Portfolios auf Basis des Varianz-Kovarianz Ansatzes ermittelt, wird der contingent draw-down als γ -faches der Portfolioschwankung $\sigma(PF)$ berechnet. Da a priori nicht klar ist, welche Form die Portfolioverteilung \tilde{d}_{PF} aufweist, kann bei Verwendung dieses Ansatzes keine Wahrscheinlichkeit für die Sicherung des Liquiditätsbedarfs des Portfolios angegeben werden.⁷⁶ Vor diesem Hintergrund sind daher auf Basis unseres ersten Kriteriums die Risikomaße zum Value-at-Risk und Expected Shortfall deutlich dem Varianz-Kovarianz Ansatz zu bevorzugen.

Zum Vergleich der **Aufteilung des Portfoliorisikos** durch die drei Risikomaße analysieren wir zunächst die zur Berechnung von $CDD_{\omega_i(PF)}^{(i)}$ (für $i \in \{1, \dots, 900\}$) verwendeten Datenpunkte. Bei der Berechnung von $CDD_{\omega_i(PF)}^{cov}$ werden alle 50.000 Szenarien der Monte-Carlo Simulation verwendet. Hingegen werden bei den Bestimmungen von $CDD_{\omega_i(PF)}^{ES}$ und $CDD_{\omega_i(PF)}^{VaR}$ deutlich weniger Simulationsdurchläufe genutzt. So gehen z. B. bei Verwendung des Expected Shortfall mit $\beta = 85\%$ noch 7.500 Szenarien in die Berechnung ein.⁷⁷ Je weniger Szenarien der Monte-Carlo Simulation das entsprechende Risikomaß bestimmen, um so deutlicher wird dessen Ausprägung von einigen wenigen Simulationsergebnissen ge-

⁷⁶ Ist die funktionale Form der Portfolioverteilung \tilde{d}_{PF} bekannt, lässt sich über eine Skalierung des Parameters γ das gewünschte Quantil dieser Verteilung abdecken. Häufig wird dazu eine Normalverteilung unterstellt, obwohl die Verteilungsklasse a priori nicht bekannt ist.

⁷⁷ Wird der Value-at-Risk als Portfoliomaß zugrunde gelegt, erfolgt die Aufteilung des Portfoliorisikos mittels (12) durch Berücksichtigung einer kleinen Simulationszahl, deren Portfoliorealisierungen nahe am berechneten Portfolio Value-at-Risk liegen. Bei Berücksichtigung von 2% sämtlicher Portfoliorealisierungen gehen so gerade noch 1.000 simulierte Portfolioziehungen in die Berechnung ein.

trieben. Das bedeutet, dass gerade bei relativ wenigen Monte-Carlo Simulationsläufen die Schätzungen von $CDD_{\omega_i(PF)}^{VaR}$ deutlich instabiler ausfallen, als bei Verwendung der beiden anderen Ansätze. Die Instabilität zeigt sich auch bei einem Vergleich der relativen Risikobeiträge $\frac{CDD_{\omega_i(PF)}^{(\cdot)}}{V_{\omega_i}}$ durch Auswertung der Abweichungen (29). Je geringer $\sigma_{\nu,\eta}$ für $\nu, \eta \in \{VaR, ES, cov\}, \nu \neq \eta$ ausfällt, um so gleichgerichteter erfolgt die Allokation der Risikobeiträge durch beide Risikomaße:

ν, η	$\sigma_{\nu,\eta}$
VaR, ES	1,173%
VaR, cov	1,237%
ES, cov	0,391%

Tabelle 2: Auswertung für $\sigma_{\nu,\eta}$

Die geringste Abweichung ergibt sich zwischen den Risikomaßen Expected Shortfall und dem Varianz-Kovarianz Ansatz. Dabei werden insgesamt 7.500 gemeinsame Datenpunkte für die Berechnung der Risikobeiträge auf den einzelnen Kreditlinien verwendet (zur Berechnung mittels der Varianz-Kovarianz Methode werden auch die restlichen 42.500 Datenpunkte benutzt). Die größte Abweichung ergibt sich hingegen zwischen den Risikomaßen Value-at-Risk und dem Varianz-Kovarianz Ansatz. Diese verwenden nur 1.000 gemeinsame Datenpunkte (d.h. für *cov* werden noch 49.000 weitere Datenpunkte verwendet).

Zur Visualisierung dieses Effekts ordnen wir die Kreditlinien anhand der Größe der relativen Risikobeiträge $\frac{CDD_{\omega_i(PF)}^{ES}}{V_{\omega_i}}$. Bezeichne dazu $\pi : \{1, 2, \dots, 900\} \rightarrow \{1, 2, \dots, 900\}$ die Permutation der Liniennummerierung, die $\frac{CDD_{\omega_{\pi(1)}(PF)}^{ES}}{V_{\omega_{\pi(1)}}} > \frac{CDD_{\omega_{\pi(2)}(PF)}^{ES}}{V_{\omega_{\pi(2)}}} > \dots > \frac{CDD_{\omega_{\pi(n)}(PF)}^{ES}}{V_{\omega_{\pi(n)}}}$ erfüllt.⁷⁸ Die Anordnung der relativen Risikobeiträge für die drei Risikomaße entsprechend π in Abbildung 4 verdeutlicht, dass die relativen Risikobeiträge zum Value-at-Risk deutlich mehr um die Risikobeiträge zum Expected Shortfall schwanken als dies für den Varianz-Kovarianz Ansatz der Fall ist. Dieses Ergebnis ist konsistent zu unseren Erläuterungen bezüglich der technischen Stabilität der Risikomaße, wonach gerade die Schätzung der Value-at-Risk Risikobeiträge auf Ebene der Einzellinien (aufgrund der geringen Anzahl an Szenarien, die in die Schätzung eingehen) sehr *instabil* ist. Diese Eigenschaft ist ein erheblicher Nachteil, wenn geeignete Cluster definiert werden sollen, um für eine 'neu' in das Portfolio zu integrierende Kreditlinie ω die Risikobeiträge $\hat{CDD}_{\omega(PF)}^{(\cdot)}$ zu berechnen. Da-

⁷⁸ In unserem Datensatz existieren keine Kreditlinien mit identischen relativen Risikobeiträgen bzgl. *ES*, d.h. $\frac{CDD_{\omega_j(PF)}^{ES}}{V_{\omega_j}} \neq \frac{CDD_{\omega_i(PF)}^{ES}}{V_{\omega_i}} \forall i, j \in \{1, \dots, 900\}$ und $i \neq j$.

her sind in Bezug auf das Kriterium 'Aufteilung des Portfoliorisikos' die Risikomaße zum Expected Shortfall und dem Varianz-Kovarianz Ansatz dem Value-at-Risk vorzuziehen.

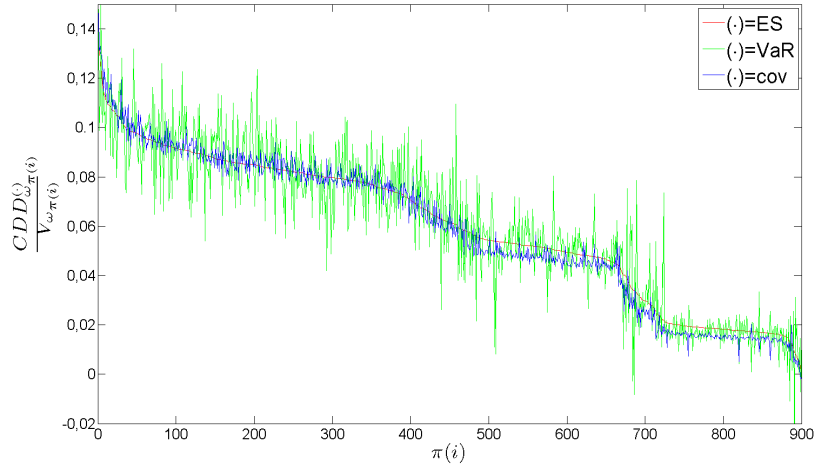


Abbildung 4: Relative Risikobeiträge für einzelne Kreditlinien, sortiert nach $\pi(i)$

Zum Vergleich der **Qualität der Zuweisung** von $C\hat{D}D_{\omega(PF\setminus\omega)}^{(\cdot)}$ für die drei Risikomaße VaR , ES und cov untersuchen wir die Abweichungen zu den Benchmark-Lösungen $C\hat{D}D_{\omega(PF\setminus\omega)}^{(\cdot),benchmark}$ anhand der Auswertung von $\mu^{(\cdot)}$, $|\mu|^{(\cdot)}$ und $\sigma^{(\cdot)}$ (vgl. Gleichungen (31)-(33)). Die Auswertung in Tabelle 3 unterscheidet neben der Ausgabe für das Gesamtportfolio ("Matching Type = 1 – 4") zusätzlich, nach wie vielen Risikocharakteristika ein passendes Cluster für die zur Berechnung verwendeten Linien gefunden werden konnte ("Matching Type = 1" bis "Matching Type = 4").

Die Auswertung für $\mu^{(\cdot)}$ zeigt, dass die Benchmark-Lösung für alle drei Risikomaße im Mittelwert überschätzt wird. Somit werden bei Verwendung der vorgestellten Berechnungsmethoden (leicht) höhere Kosten für neu zum Portfolio hinzugefügte Linien alloziert, als diesen Kreditlinien im Portfoliokontext eigentlich "zustehen" würde.

Die mittlere Abweichung $\mu^{(\cdot)}$ fällt bei Verwendung des Value-at-Risks als Risikomaß zwar am geringsten aus, die gleichzeitig deutlich höheren Werte für $|\mu|^{VaR}$ und σ^{VaR} zeigen jedoch, dass gleichzeitig die durchschnittlichen Abweichungen zum Benchmark-Maß deutlich höher ausfallen, als bei Verwendung der Risikomaße zum Expected Shortfall und dem Varianz-Kovarianz Ansatz.⁷⁹

⁷⁹ Zudem zeigt eine weitergehende Analyse der Differenzen auf Einzellinienebene im Portfolio mit 900 Kreditlinien, dass für den Value-at-Risk insgesamt 60 (69) negative Differenzen bzgl. einzelner Kreditlinien mehr auftreten als für den Expected Shortfall(Varianz-Kovarianz Ansatz).

# Linien	900	0	319	516	65	0
Matching Type	1 – 4	4	3	2	1	0
$\mu^{(\cdot)}$						
<i>VaR</i>	0,070%	--	0,015%	0,084%	0,224%	--
<i>ES</i>	0,159%	--	0,050%	0,191%	0,444%	--
<i>cov</i>	0,158%	--	0,045%	0,193%	0,433%	--
$ \mu ^{(\cdot)}$						
<i>VaR</i>	0,962%	--	0,774%	0,984%	1,708%	--
<i>ES</i>	0,483%	--	0,283%	0,546%	0,963%	--
<i>cov</i>	0,434%	--	0,213%	0,501%	0,994%	--
$\sigma^{(\cdot)}$						
<i>VaR</i>	1,318%	--	1,052%	1,367%	1,951%	--
<i>ES</i>	0,704%	--	0,369%	0,771%	1,163%	--
<i>cov</i>	0,684%	--	0,301%	0,742%	1,244%	--

Tabelle 3: Auswertung für $C\hat{D}D_{\omega(PF\setminus\omega)}^{(\cdot)}$, falls die Einzelleine ω zu $PF\setminus\omega$ hinzugefügt wird

Bei Betrachtung der Qualität des durchgeführten Clusterings anhand des “Matching Type“ in Tabelle 3 bestätigt sich die Vermutung aus Abschnitt 3.3, wonach für Linien, denen ein genaueres Cluster im Sinne einer höheren Anzahl an zugeordneten Risikocharakteristika zugewiesen werden konnte, ein genauere contingent draw-down berechnet wird. Sowohl $\mu^{(\cdot)}$, $|\mu|^{(\cdot)}$ als auch $\sigma^{(\cdot)}$ nehmen für Kreditlinien mit einem höheren “Matching Type“ deutlich geringere Werte an als für Linien mit einem niedrigeren “Matching Type“. Da reale Kreditlinienportfolios von Banken meist weitaus mehr als 900 Kreditlinien umfassen, ist dort eine höhere durchschnittliche Anzahl an Kreditlinien je Cluster und somit eine höhere durchschnittliche Clustergröße zu erwarten. Die in Abschnitt 3.3 vorgeschlagene Mindestgröße von 20 Kreditlinien für die Clusterbildung ließe sich dann in vielen Fällen auch bei Berücksichtigung zusätzlicher Risikocharakteristika einhalten. Umgekehrt ist in so einem Fall bei einer Erhöhung der Mindestgröße mit einer (gegenüber dem Portfolio PF) gesteigerten Zuweisungsgenauigkeit der contingent draw-downs zu rechnen.

Die vorangehende Analyse hat aufgezeigt, dass das Clustering von enormer Bedeutung für die Qualität unserer Schätzungen ist. Der Expected Shortfall und der Varianz-Kovarianz Ansatz liefern dabei gegenüber dem Value-at-Risk eine deutlich höhere Qualität der Zuweisung von $C\hat{D}D_{\omega(PF\setminus\omega)}^{(\cdot)}$.

Um die **Stabilität der Berechnungsmethoden** bei einer abweichenden Portfoliostruktur zu untersuchen, analysieren wir abschließend, wie sich das Hinzufügen von einer, 10 bzw. 100 Kreditlinien zu einem Portfolio mit 800 zufällig ausgewählten Kreditlinien auf die Bestimmung der zugehörigen Verrechnungspreise auswirkt. Die Qualität der Zuweisung von

contingent draw-downs für eine, 10 oder 100 “neue“ Kreditlinien wird wie zuvor anhand von (31)-(33) bewertet. Die Ergebnisse des in Abschnitt 3.4 beschriebenen Aufbaus sind in Tabelle 4 zusammengefasst:

# Linien	801	810	900
Matching Type	1-4	1-4	1-4
$\mu^{(\cdot)}$			
<i>VaR</i>	0,089%	-0,040%	-0,103%
<i>ES</i>	0,124%	-0,007%	-0,048%
<i>cov</i>	0,151%	-0,021%	-0,077%
$ \mu ^{(\cdot)}$			
<i>VaR</i>	0,952%	0,514%	0,173%
<i>ES</i>	0,487%	0,302%	0,107%
<i>cov</i>	0,472%	0,308%	0,121%
$\sigma^{(\cdot)}$			
<i>VaR</i>	1,300%	0,659%	0,190%
<i>ES</i>	0,711%	0,391%	0,125%
<i>cov</i>	0,723%	0,404%	0,131%

Tabelle 4: Auswertung für $C\hat{D}D_{\omega(PF(800))}^{(\cdot)}$ für 1, 10 oder 100 zu $PF(800)$ hinzugefügte Linien

Die Ergebnisse für Fall (i), in dem wir genau eine Kreditlinie zum jeweils vorliegenden Portfolio $PF(800)$ hinzufügen, sind sehr ähnlich zu den Ergebnissen aus Tabelle 3. Dies verdeutlicht, dass sich die Qualität von $C\hat{D}D_{\omega(PF\setminus\omega)}^{(\cdot)}$ für ein Risikomaß relativ zur Benchmark-Lösung *nicht wesentlich* verändert, falls sich die Portfoliogröße verringert. Die durchschnittliche Schätzabweichung $\mu^{(\cdot)}$ sinkt für alle Risikomaße deutlich, falls nicht nur eine, sondern 10 oder 100 Kreditlinien hinzugefügt werden. Dazu beachten wir, dass $\mu^{(\cdot)}$ für die Fälle (ii) und (iii) die Form

$$\mu^{(\cdot)} = \frac{1}{5000} \sum_{l=1}^{5000} \left(\sum_{\omega_j \in \theta_l} \frac{C\hat{D}D_{\omega_j(PF(800))}^{(\cdot)} - C\hat{D}D_{\omega_j(PF(800))}^{(\cdot),benchmark}}{V_{\omega_j}} \right), \quad (34)$$

hat, wobei θ_l jeweils die Menge der Kreditlinien bezeichnet, die im l -ten Durchlauf in das zuvor (zufällig) gebildete Portfolio $PF(800)$ eingefügt werden. Durch die Form von $\mu^{(\cdot)}$ kann der Zähler in (34) negativ werden, falls die Schätzung für contingent draw-downs sehr *großer* Linien im direkten Vergleich zur Benchmark-Schätzung häufig zu niedrig ausfällt.⁸⁰ Die daraus resultierenden negativen Abweichungen können auch durch eine (leichte) Überschätzung der contingent draw-downs der restlichen (kleineren) Kreditlinien nicht mehr

⁸⁰ Durch die Form von Gleichung (25) wird einer neuen Linie ein relativer Risikobeitrag zugewiesen, der anschließend mit dem Volumen der 'neuen' Linie multipliziert wird.

ausgeglichen werden. Je mehr Linien dem Portfolio hinzugefügt werden, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich darunter sehr “große“ Kreditlinien befinden.

Um diese Vermutung zu überprüfen, berechnen wir die durchschnittlichen relativen Abweichungen der Schätzungen für die contingent draw-downs der 91 größten Kreditlinien⁸¹ in PF von den jeweiligen Benchmark-Lösungen. Diese sind in Tabelle 5 aufgelistet, wobei wir nicht nur die Ergebnisse für die bisher verwendete Clustermindestgröße von 20 Kreditlinien auswerten, sondern Vergleichswerte für abweichende Mindestgrößen liefern:

Clustergröße $n =$	10	15	20	25	30	35
VaR	0,336%	-0,120%	-0,195%	-0,624%	-0,613%	-0,613%
ES	0,645%	0,099%	0,029%	-0,497%	-0,497%	-0,497%
cov	0,638%	0,007%	-0,066%	-0,659%	-0,622%	-0,622%

Tabelle 5: Auswertung von $\mu^{(\cdot)}$ für das Dezil der größten Linien aus $PF = \{\omega_1, \dots, \omega_{900}\}$

Die Auswertung bestätigt die Vermutung, wonach der relative contingent draw-down von großen Linien bei einer Clustergröße von mindestens 20 Kreditlinien unterschätzt wird. Zusätzlich deuten die Ergebnisse für *höhere* Mindestgrößen darauf hin, dass in diesen Fällen die (negative) Abweichung weiter zunimmt. Dieser Effekt lässt sich dadurch erklären, dass bei einer erhöhten Mindestgröße für das Clustering gerade das Risikocharakteristikum ‘Größe der Linie’ nicht mehr berücksichtigt wird, obwohl dieses für große Linien von erheblicher Bedeutung ist. Bei der Verwendung von $PF(800)$ erhöht sich im Gegensatz zum Gesamtportfolio PF zwar nicht die Mindestgröße für das Clustering, allerdings wird es schwieriger mindestens 20 Kreditlinien für ein Cluster zu finden als im Ausgangsszenario, so dass im Durchschnitt die contingent draw-downs von großen Linien, wie für größere Mindestcluster in Tabelle 5 gezeigt, noch deutlich stärker unterschätzt werden sollten.

Ein gegensätzlicher Effekt verhindert ein noch stärkeres Absinken der durch $\mu^{(\cdot)}$ gemessenen Abweichung. So werden neue Linien i. d. R. nicht für die durch die Angliederung an das Portfolio entstehende Portfoliovergrößerung, sowie die dadurch zu erwartenden zunehmenden Diversifikationseffekte innerhalb des Portfolios “belohnt“. Dieser Diversifizierungseffekt sollte in einem relativ homogenen Portfolio mit der Anzahl der hinzukommenden Linien deutlich steigen, da neue Linien zum einen zu der Diversifikation in $PF(800)$ beitragen, aber gleichzeitig auch ein Diversifikationseffekt *zwischen* den neu hinzukommenden 10 bzw. 100 Kreditlinien entstehen sollte.

⁸¹ Wir haben das 90% Quantil der Liniengröße in PF verwendet. Da exakt 2 Kreditlinien auf dem 90% Quantil liegen, werden 91 statt 90 Kreditlinien verwendet.

Die durch $|\mu|^{(\cdot)}$ und $\sigma^{(\cdot)}$ gemessene Schwankung (vgl. Tabelle 4) nimmt mit der Anzahl der zu $PF(800)$ hinzugefügten Kreditlinien deutlich ab. Dieser Effekt resultiert daraus, dass sich Schwankungen der Schätzungen auf Basis von 10 bzw. 100 hinzugefügten Kreditlinien durch die Summation über 10 bzw. 100 contingent draw-downs ausgleichen. Auch in dieser Auswertung sind die Schätzergebnisse für den Value-at-Risk *deutlich* höheren Schwankungen unterworfen, als die Schätzergebnisse für den Expected Shortfall und den Varianz-Kovarianz Ansatz. Die Stabilität der Zuweisung von contingent draw-downs für neue Kreditlinien ist bei Verwendung des Value-at-Risk im Vergleich zu den Risikobeiträgen für Expected Shortfall und den Varianz-Kovarianz Ansatz am geringsten. Während eine mittlere Über- bzw. Unterschätzung für den Expected Shortfall und den Varianz-Kovarianz Ansatz beispielsweise durch eine Modellkalibrierung über die Variation der Clustergröße berücksichtigt werden kann, ist ein Ausgleich der Schwankung der Schätzung für den Value-at-Risk nicht möglich. Somit sind auch unter dem Aspekt der Stabilität der Berechnungsmethoden die Risikomaße Expected Shortfall und Varianz-Kovarianz Ansatz den Methoden zum Value-at-Risk deutlich vorzuziehen.

Unsere Analyse hat gezeigt, dass die Aufteilung des Portfoliorisikos für den Value-at-Risk deutlich instabiler ist als für den Expected Shortfall und den Varianz-Kovarianz Ansatz. Des Weiteren ist die Qualität der Schätzungen auf Basis des Gesamtportfolios PF als auch auf Basis von $PF(800)$ zum Value-at-Risk am geringsten. Grundsätzlich wird für alle Methoden die Qualität der Schätzungen durch ein "erfolgreiches" Clustering wesentlich begünstigt. Je mehr Risikocharakteristika beim Clustering einer Kreditlinie berücksichtigt werden können, um so höher ist die Qualität der resultierenden Schätzung. Es ist zu beachten, dass die Ausgestaltung der Clusteringmethode vom spezifischen Modell, das zur Messung des Liquiditätsrisikos verwendet wird, abhängt. Obwohl die Performance der Schätzung individueller Risikobeiträge auf Grundlage vom Expected Shortfall und dem Varianz-Kovarianz Ansatz vergleichbar ausfällt, ergeben sich bei Verwendung des Varianz-Kovarianz Ansatzes entscheidende Nachteile bzgl. der Quantifizierung des ökonomischen Risikos auf Portfolioebene. So ist in diesem Fall (a priori) weder klar, in welchem Umfang extreme Liquiditätsansprüche aus der Verteilung \tilde{d}_{PF} bei der Berechnung der Standardabweichung $\sigma(PF)$ Berücksichtigung finden, noch mit welcher Wahrscheinlichkeit der daraus ermittelte contingent draw-down zur Absicherung eben dieses Liquiditätsrisikos genügt.

Auf Basis der von uns genutzten Kriterien stellt daher die Verwendung des *Expected Shortfall* zur Ermittlung von Liquiditätsverrechnungspreisen für individuelle Kreditlinien die verlässlichste Methodik dar.

5 Fazit

Im Zuge der Überarbeitung regulatorischer Anforderungen ist insbesondere die Verknüpfung von Ertrags- und Risikoaspekten stärker in den Fokus gerückt worden. Diese Anforderung führt für die Verrechnung von Liquiditätskosten und -leistungen auf den Matched-Rate Ansatz, in dem sich die Liquiditätsverrechnungspreise für Kreditlinien aus den Absicherungskosten des zukünftigen Liquiditätsbedarfs ableiten lassen.

Wir haben diese Form des Liquiditätsverrechnungspreissystems im Allgemeinen skizziert und in Bezug auf Kreditlinien detailliert. Ausgehend von einem Modell zur Messung des Liquiditätsrisikos auf Portfolioebene, haben wir das Portfoliorisiko mittels der bekannten Risikomaße Value-at-Risk, Expected Shortfall sowie auf Basis eines Varianz-Kovarianz Ansatzes bestimmt. Das Problem der Berechnung eines Liquiditätsverrechnungspreises für Kreditlinien lässt sich auf das 'Umrechnen' dieser Portfoliomaße auf einzelne Kreditlinien reduzieren. Hierbei unterscheiden wir zwei Fälle. Zum einen zeigen wir Methodiken zur Bestimmung eines internen Verrechnungspreises für eine Kreditlinie, sofern diese *bereits im bestehenden Portfolio* vorhanden ist. Zum anderen diskutieren wir die Bestimmung des internen Verrechnungspreises, falls eine *neu vergebene Kreditlinie* in ein bestehendes Portfolio eingegliedert werden soll.

Unsere Analyse hat aufgezeigt, dass die Ermittlung der Verrechnungspreise für Kreditlinien auf Basis des Expected Shortfalls den Verrechnungspreisen, die sich bei Verwendung des Value-at-Risks und des Varianz-Kovarianz Ansatzes ergeben, vorzuziehen ist. Während der Varianz-Kovarianz Ansatz aus theoretischer Sicht problematisch ist, sind die Verrechnungspreise auf Basis des Value-at-Risks instabil (was zu praktischen Problemen führt). Zudem zeigen wir, dass die Bestimmung von Verrechnungspreisen für *neu vergebene Kreditlinien* (die in ein bestehendes Portfolio eingegliedert werden) deutlich besser gelingt, falls sich schon viele 'ähnliche' Kreditlinien in diesem Portfolio befinden.

Nach unserem Wissen ist die in diesem Beitrag vorgestellte Ableitung von Liquiditätsverrechnungspreisen für Kreditlinien der erste Versuch, individuelle (Liquiditäts-)Risikobeiträge konsistent aus den Ergebnissen der Liquiditätsrisikomessung abzuleiten und zu bewerten. Unser Modell zur Ermittlung von Verrechnungspreisen für neu vergebene Kreditlinien hängt allerdings stark von den Kriterien, die zur Charakterisierung des Liquiditätsrisikogehalts einer Kreditlinie im Portfoliokontext verwendet werden, ab. In Bezug auf diese Punkte lassen sich Ansätze für weitere Forschungsarbeiten finden.

Literatur

- AGARWAL, S., AMBROSE, B. W., UND LIU, C. (2006): Credit Lines and Credit Utilization. *Journal of Money, Credit and Banking*, **38**(1), 1–22.
- BAFIN (2010a): MaRisk - Veröffentlichung der Endfassung. http://www.bundesbank.de/Redaktion/DE/Downloads/Kerngeschaeftsfelder/Bankenaufsicht/Marisk/20-10_12_15_marisk_veroeffentlichung_der_endfassung.pdf?__blob=publicationFile (01.09.2012).
- BAFIN (2010b): Rundschreiben 11/2010 (BA) - Mindestanforderungen an das Risikomanagement - MaRisk. http://www.bundesbank.de/Redaktion/DE/Downloads/Kerngeschaeftsfelder/Bankenaufsicht/Marisk/2010-12_15_rundschreiben_mindestanforderungen_risikomanagement.pdf?__blob=publicationFile (01.09.2012).
- BAFIN (2012): Konsultation 1/2012 - Überarbeitung der MaRisk. http://www.bafn.de/SharedDocs/Downloads/DE/Konsultation/2012/dl_kon_0112_entwurf_marisk.pdf?__blob=publicationFile (30.04.2012).
- BIS (2008): Principles for Sound Liquidity Risk Management and Supervision, <http://www.bis.org/publ/bcbs144.pdf> (28.08.2012).
- BLUHM, C., OVERBECK, L., UND WAGNER, C. (2003): An Introduction to Credit Risk Modelling. Chapman & Hall/CRC.
- CEBS (2010): Guidelines on Liquidity Cost Benefit Allocation. http://www.eba.europa.eu/cebs/media/Publications/Standards_and_Guidelines/-2010/Liquidity_cost_benefit_allocation/Guidelines.pdf (17.05.2012).
- DEUTSCHE BANK (2010): 20F. http://geschaeftsbericht.deutsche-bank.de/2010/gb/serviceseiten/downloads/files/dbfy2010_sec_form_20_f.pdf (28.11.2011).
- GRANT, J. (2011): Liquidity transfer pricing: a guide to better practice. Financial Stability Institute, Occasional Paper No 10, <http://www.bis.org/fsi/fsipapers10.pdf> (01.09.2012).
- GUPTON, G. M., FINGER, C. C., UND BHATIA, M. (1997): CreditMetrics - Technical Document. *J.P. Morgan, New York*. <http://www.phy.hr/bp/CMTD1.pdf> (24.05.2011).
- HARTMANN-WENDELS, T., PFINGSTEN, A., UND WEBER, M. (2010): Bankbetriebslehre. Springer, Berlin/Heidelberg, 5. Auflage.

- HEIDORN, T. UND SCHMALTZ, C. (2009): Interne Transferpreise für Liquidität. Frankfurt School of Finance & Management - Working Paper No. 125.
- KALKBRENER, M., LOTTER, H., UND OVERBECK, L. (2004): Sensible and Efficient Capital Allocation for Credit Portfolios. *Risk*, **17**(1), 19 – 24.
- KAWANO, R. T. (2000): Funds Transfer Pricing. *The Journal of Bank Cost & Management Accounting*, **13** (3), 35–44.
- KLEIN, H. UND SARIN, A. (2012): Benchmarking the Performance of Funding Risk Measures for Credit Facilities. Working Paper.
- KUGIEL, L. (2009): Fund Transfer Pricing in a Commercial Bank. Master's thesis, MSC in Finance and International Business.
- LOUKOIANOVA, E., NEFTCI, S., UND SHARMA, S. (2006): Pricing and Hedging of Contingent Credit Lines. Number 06/13.
- MATZ, L. UND NEU, P. (2007): Liquidity Risk Measurement and Management: A Practitioner's Guide to Global Best Practices. Wiley Finance. John Wiley & Sons.
- NORDEN, L. UND WEBER, M. (2010): Credit Line Usage, Checking Account Activity, and Default Risk of Bank Borrowers. *Review of Financial Studies*, **23**(10), 3665–3699.
- SARIN, A. UND KLEIN, H. (2012): A Quantitative Liquidity Portfolio Model for Credit Facilities. Working Paper.
- SCHMALENBACH, E. (1908): Über Verrechnungspreise. *Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung*, **3**(9), 165 – 185.
- SOLVV (2012): Verordnung über die angemessene Eigenmittelausstattung von Instituten, Institutsgruppen und Finanzholding-Gruppen. <http://www.gesetze-im-internet.de/solvv/BJNR292600006.html> (02.09.2012).
- UBS (2010): 20F. http://www.static-ubs.com/global/en/about_ubs/investor_relations/other_filings/sec/_jcr_content/par/teaserbox/teaser/linklist/link.1985149832.file-/bGluay_9wYXRoPS9jb250ZW50L2RhbS91YnMvZ2xvYmFsL2Fib3V0X3Vicy9pb-nZlc3Rvcl9yZWxhd_GlvbnMvMTg5NDczXzlwLUZfMjAxMC5wZGY=/189473_20-F_2010.pdf (28.11.2011).
- ZERANSKI, S. (2004): Liquidity at risk zur Steuerung des liquiditätsmäßig-finanziellen Bereiches von Kreditinstituten. Dissertationsreihe. GUC, Ges. für Unternehmensrechnung und Controlling.